



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

HELOÍSA PEIXOTO DE BARROS PIMENTEL

OTIMIZAÇÃO DE CAPACIDADE DE REDE DE RÁDIOS COGNITIVOS

Campinas
2018

HELOÍSA PEIXOTO DE BARROS PIMENTEL

OTIMIZAÇÃO DE CAPACIDADE DE REDE DE RÁDIOS COGNITIVOS

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutora em Engenharia Elétrica, na área Telecomunicações e Telemática.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Cardieri

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À
VERSÃO FINAL DA TESE DEFENDIDA
PELA ALUNA HELOÍSA PEIXOTO DE
BARROS PIMENTEL, E ORIENTADA PELO
PROF. DR. PAULO CARDIERI.

Campinas
2018

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CNPq, 141358/2010-6

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8760-4493>

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Luciana Pietrosanto Milla - CRB 8/8129

P649o Pimentel, Heloísa Peixoto de Barros, 1960-
Otimização de capacidade de rede de rádios cognitivos / Heloísa Peixoto de Barros Pimentel. – Campinas, SP : [s.n.], 2018.

Orientador: Paulo Cardieri.

Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Rádios cognitivos. 2. Capacidade. 3. Eficiência. 4. Otimização. 5. Sistemas de comunicação sem fio. I. Cardieri, Paulo, 1964-. II. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação. III. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: Cognitive networks transmission capacity optimization

Palavras-chave em inglês:

Cognitive radio

Capacity

Efficiency

Optimization

Wireless networks

Área de concentração: Telecomunicações e Telemática

Titulação: Doutora em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Paulo Cardieri [Orientador]

Omar Carvalho Branquinho

Thiago Alencar Moreira de Bairros

Michel Daoud Yacoub

Renato da Rocha Lopes

Data de defesa: 25-01-2018

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

COMISSÃO JULGADORA - TESE DE DOUTORADO

Candidata: Heloísa Peixoto de Barros Pimentel RA: 790430

Data da Defesa: 25 de janeiro de 2018

Título da Tese: “Otimização de Capacidade de Rede de Rádios Cognitivos”

Prof. Dr. Paulo Cardieri (Presidente, FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Omar Carvalho Branquinho (PUC-Campinas)

Prof. Dr. Thiago Alencar Moreira de Bairos (IFSC)

Prof. Dr. Michel Daoud Yacoub (FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Renato da Rocha Lopes (FEEC/UNICAMP)

A ata de defesa, com as respectivas assinaturas dos membros da Comissão Examinadora encontra-se no processo de vida acadêmica da aluna.

PARA JOSÉ LUIZ, FLÁVIO E PAULA.

Agradecimentos

Agradeço,

À minha família, pelo apoio e incentivo até a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Paulo Cardieri, meu orientador.

Aos colegas do Departamento de Comunicações pelas preciosas dicas compartilhadas.

Aos demais professores, colegas e funcionários da FEEC, nas várias etapas percorridas até a finalização deste trabalho.

Aos amigos e companheiros de carreira, pelas várias sugestões e estímulos.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

A ciência tem as raízes amargas, porém os frutos são doces.

Aristóteles

Resumo

Este trabalho apresenta a análise desempenho de um sistema de rádios cognitivos de múltiplos usuários primários e secundários que compartilham o espectro simultaneamente na mesma região geográfica. A rede secundária, que utiliza o espectro de forma oportunista, busca ajustar seu esquema de modulação juntamente com sua densidade de nós e potência de transmissão, ou juntamente com a distância de enlace, de forma a maximizar as métricas de capacidade de transmissão e de capacidade de transporte, respectivamente. Utilizam-se propriedades da Geometria Estocástica para calcular a interferência agregada das redes primária e secundária, percebida por terminais localizados no plano conforme dois processos pontuais de Poisson na mesma região. Demonstra-se analiticamente que é possível obter melhor desempenho de capacidade de transmissão quando se ajusta a eficiência espectral juntamente com a densidade de nós e a potência de transmissão dos nós secundários, havendo uma combinação de valores que permite atingir um ponto de máxima capacidade de transmissão secundária. Demonstra-se igualmente de forma analítica que é possível obter melhor desempenho de capacidade de transporte quando se ajusta a eficiência espectral juntamente com a distância de enlace dos nós secundários, havendo uma combinação destes valores que permite atingir um ponto de máxima capacidade de transporte secundária. O sistema proposto permite que a rede secundária melhore o desempenho compartilhando o espectro licenciado em aplicações sem fio de alta latência.

Palavras-chave: rádios cognitivos, capacidade, otimização, redes sem fio, compartilhamento de espectro, eficiência espectral, capacidade agregada, análise de desempenho, ajuste de eficiência espectral, capacidade de transmissão, capacidade de transporte, geometria estocástica.

Abstract

This work presents the performance analysis of a cognitive radio system in which primary and secondary multiple users networks that share the spectrum simultaneously in the same geographic region. The secondary network, that uses the spectrum in an opportunistic way, seeks to fit its modulation system either together with its node density and transmission power or together with its link distance in order achieve higher transmission capacity or higher transport capacity metrics, respectively. Using properties from Stochastic Geometry, this work evaluates the aggregated interference of primary and secondary networks for nodes located according to two Poisson point process in the same region. It is shown analytically that it is possible to achieve a better performance for the transmission capacity when spectral efficiency is adjusted together with secondary node density and power transmission, and that there is a combination of these parameters that lead the secondary transmission capacity to its maximum. It is also shown analytically that it is possible to achieve a better performance for the transport capacity when spectral efficiency is adjusted together with secondary link distance, and that there is a combination of these parameters that lead the secondary transport capacity to its maximum. The proposed system enables the secondary network to improve its performance while sharing the licensed spectrum with the primary network in wireless high latency applications.

Key-words: Cognitive radio, capacity, optimization, wireless networks, spectrum sharing, spectrum efficiency, aggregate capacity, performance analysis, spectrum efficiency adjustment, transmission capacity, transport capacity, stochastic geometry.

Lista de Figuras

2.1	Modelo de Sistema mostrando posição dos nós primários (*) e secundários (+)	39
2.2	Símbolos de constelação para sistema M-QAM convencional	43
2.3	Símbolos de Constelação M-QAM para o sistema proposto neste trabalho .	44
2.4	Taxa de erro de bit em função do limiar $SINR = \beta$ para sistema sujeito ao desvanecimento de Rayleigh conforme a Equação (2.28).	45
2.5	Variação da capacidade de transmissão do cenário modificado com ajuste de eficiência espectral conforme a Equação (2.37).	49
2.6	Variação da capacidade de transporte do cenário modificado com ajuste de eficiência espectral conforme a Equação (2.38).	50
2.7	Variação da relação entre a capacidade de transmissão com ajuste de eficiência espectral C_m e a capacidade de transmissão sem ajuste C , em função do $FICM \chi_2$ (fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral), para vários valores de m , conforme a Equação (2.54), sendo $\alpha = 4$. .	55
3.1	Capacidade de transmissão de sistema secundário com ajuste de σ conforme a Equação (3.8).	60
3.2	Variação da relação entre a capacidade de transmissão máxima C_σ^* usando ajuste de fator densidade de nós σ e a capacidade de transmissão sem ajuste C , em função do $FISM \chi_1$ (fator de interferência da rede sem ajuste eficiência espectral), para vários valores de α , conforme a Equação (3.15). .	63
3.3	Capacidade de transmissão máxima atingível em função de m supondo σ otimizado, dado pela Equação (3.28). A linha pontilhada mostra a função teórica de onde são obtidos os pontos de operação para m inteiro (+). . . .	66
3.4	Capacidade de transmissão máxima atingível para cada σ supondo m_σ otimizado, conforme (3.30), mostrando resultados para cálculo com m_σ teórico (linha contínua) e seu valor inteiro mais próximo $m_{\sigma\nu}$ (linha pontilhada). .	67
3.5	Representação no espaço que mostra o comportamento global da capacidade de transmissão secundária, mostrando o valor ótimo da capacidade $C_{m\sigma}$ em função de cada valor do fator de modulação $m \geq 1$ supondo fator de densidade de nós σ_m otimizado.	68

3.6	Comparação entre o resultado teórico da capacidade de transmissão e o resultado de simulação em função do fator densidade de nós σ , considerando rede aleatória cujos nós estão distribuídos como PPP com densidade $\sigma \times \lambda_1$ e distância de enlace fixa r_1 para diferentes fatores de modulação: a) $m=2$ (16-QAM); b) $m=3$ (64-QAM), com parâmetros da Tabela 2.1	69
3.7	Variação da capacidade de transmissão em função do fator de densidade de nós σ e do fator de modulação m , e as curvas em função de m para σ_m otimizado conforme (3.23) e σ para m_σ otimizado conforme (3.25), bem como o ponto de cruzamento das coordenadas σ_m^* dada por (3.33) e m_σ^* dada por (3.32), que definem a capacidade de transmissão máxima.	72
3.8	Relação (3.41) entre máximas capacidades de transmissão do sistema com ajuste de eficiência espectral e de fator densidade de nós $C_{m\sigma}^*$ e do sistema que só ajusta o fator densidade de nós C_σ^* . Os resultados acima da unidade significam aumento de capacidade de transmissão para o sistema que também permite ajuste de eficiência espectral.	73
3.9	Curvas de capacidade de transmissão secundária máxima em função do fator de modulação m para diferentes expoentes de perda de percurso α e fator densidade de nós σ otimizado para cada m (3.28). A capacidade de transmissão total também está indicada, supondo que m é contínuo (marcas com círculo) (3.32) e m inteiro (marcas com quadrados) (3.38).	74
3.10	Capacidade de transmissão secundária máxima C_σ^* em função do fator densidade de nós σ para diferentes expoentes de perda de percurso α supondo m otimizado (3.29); as linhas contínuas mostram o valor teórico de m (3.25), e as linhas pontilhadas indicam o valor inteiro de $m_{\sigma\nu}$ (3.26)	75
3.11	Fator densidade de nós σ que permite capacidade de transmissão secundária máxima (3.35) em função do expoente de perda de percurso α , para quatro valores iniciais de limiar $SINR$ β_1	76
3.12	Capacidade de transmissão máxima $C_{m\sigma\alpha}^*$ (3.40) em função do expoente de perda de percurso α para diferentes fatores de modulação m e quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 . Estão indicadas as regiões em que os fatores de modulação $m = 1$ e $m = 2$ são ótimos.	77
3.13	Lugar dos pontos $(\lambda_m, \rho_m^{\frac{2}{\alpha}})$ permitidos na otimização da capacidade de transmissão, para dois valores de K (3.44): 1) $\lambda_1 = 10^{-6}$ e $\rho_1 = 0.1$, resultando em $K = 3,2 \times 10^{-5}$, e 2) $\lambda_1 = 10^{-6}$ e $\rho_1 = 1$, resultando em $K = 10^{-6}$, com expoente de perda de percurso $\alpha = 4$	79
3.14	Relação entre Capacidades de Transmissão do sistema sem restrição à probabilidade de <i>outage</i> e o que tem esta propriedade em função do valor da probabilidade de sucesso θ ((3.69). Resultados superiores à unidade significam que apesar de estar sujeito à maior probabilidade de <i>outage</i> , os sistemas sem restrição apresentam maior capacidade de transmissão	84
4.1	Variação da Capacidade de Transporte em Função do Fator de distância de enlace δ , sem mudar a eficiência espectral conforme a Equação (4.5). . .	89

4.2	Variação da relação entre a capacidade de transporte máxima Υ_{δ}^* usando ajuste de fator distância de enlace δ e a capacidade de transporte sem ajuste Υ , em função do <i>FISM</i> χ_1 (fator de interferência da rede sem ajuste eficiência espectral), para vários valores de α , conforme a equação (4.12).	91
4.3	Comparação entre desempenhos de capacidade de transmissão com adaptação à distância de enlace da rede e ajuste de eficiência espectral, e apenas com adaptação à distância de enlace, em função do fator distância de enlace δ e do fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral <i>FICM</i> χ_2 . A linha pontilhada indica o limiar acima do qual há ganho de capacidade de transmissão $C_{m\delta} > C$	95
4.4	Capacidade de transporte máxima atingível em função de m supondo δ otimizado, conforme a Equação (4.34). A linha pontilhada mostra a função teórica de onde são obtidos os pontos de operação para m inteiro (+).	97
4.5	Capacidade de transporte máxima atingível para cada δ supondo m_{δ} otimizado, conforme a Equação (4.36), mostrando resultados para cálculo com m_{δ} teórico (linha contínua) e seu valor inteiro mais próximo $m_{\delta\nu}$ (linha pontilhada).	98
4.6	Representação no espaço de curvas de nível dos valores de máxima capacidade de transporte secundária $\Upsilon_{m\delta}$ para cada fator de modulação m supondo fator distância de enlace δ_m otimizado.	99
4.7	Comparação entre o resultado teórico da capacidade de transporte e o resultado de simulação em função do fator distância de enlace δ , considerando rede aleatória cujos nós estão distribuídos como PPP com densidade λ_1 e distância de enlace de $\delta \times r_1$ para diferentes fatores de modulação: a) $m=2$ (16-QAM); b) $m=3$ (64-QAM), com parâmetros da Tabela 2.1	100
4.8	Variação da capacidade de transporte em função do fator de distância de enlace δ e do fator de modulação m , e as curvas em função de m para δ_m otimizado (4.29) e δ para m_{δ} otimizado (4.31), bem como o ponto de cruzamento das coordenadas δ_m^* (4.39) e m_{δ}^* (4.38), que definem a capacidade de transporte máxima.	103
4.9	Relação (4.47) entre máximas capacidades de transporte do sistema com ajuste de eficiência espectral e de fator distância de enlace $\Upsilon_{m\delta}^*$ e do sistema que só ajusta o fator distância de enlace Υ_{δ}^* . Os resultados acima da unidade significam aumento de capacidade de transporte para o sistema que também permite ajuste de eficiência de eficiência espectral.	104
4.10	Variação de fator de modulação ótimo conforme o valor do expoente de perda de percurso α para capacidade de transmissão ($C_{m\sigma}^*$) e capacidade de transporte ($\Upsilon_{m\delta}^*$) secundárias máximas. São mostrados os valores teórico (contínuo) e prático (inteiros).	105
4.11	Curvas de capacidade de transporte secundária máxima em função do fator de modulação m para diferentes expoentes de perda de percurso α e fator distância de enlace δ otimizado para cada m (4.34). A capacidade de transporte total também está indicada, supondo que m é contínuo (marcas com círculo) (4.38) e m inteiro (marcas com quadrados) (4.44).	106

4.12	Capacidade de transporte secundária máxima Υ_{δ}^* em função do distância de enlace δ para diferentes expoentes de perda de percurso α supondo m otimizado (4.35); as linhas contínuas mostram o valor teórico de m (4.31), e as linhas pontilhadas indicam o valor inteiro de $m_{\delta\nu}$ (4.32).	107
4.13	Fator distância de enlace δ que permite capacidade de transporte secundária máxima (4.41) em função do expoente de perda de percurso α , para quatro valores iniciais de limiar $SINR$ β_1	108
4.14	Capacidade de transporte máxima $\Upsilon_{m\delta\alpha}^*$ (4.46) em função do expoente de perda de percurso α para quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 . Estão indicadas as regiões em que os fatores de modulação $m = 2$, $m = 3$ e $m = 4$ são ótimos.	109
4.15	Relação entre Capacidades de Transporte do sistema sem restrição à probabilidade de <i>outage</i> e o que tem esta propriedade em função do valor da probabilidade de sucesso θ (4.72). Resultados superiores à unidade significam que apesar de estar sujeito à maior probabilidade de <i>outage</i> , os sistemas sem restrição apresentam maior capacidade de transporte	114

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros utilizados nos gráficos - valores do <i>cenário original</i>	42
-----	---	----

Lista de Abreviaturas e Siglas

<i>AWGN</i>	Ruído branco aditivo gaussiano (additive white gaussian noise)
<i>FICM</i>	Fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral, definido por $\chi_2 = 2 \pi \kappa r_1^2 4^{\frac{-2}{\alpha}} \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]$
<i>FISM</i>	Fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral, definido por $\chi_1 = 2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]$
$\mathcal{L}_f(s) = F(s)$	Transformada de Laplace da função $f(t)$, definida por $\int_0^{\infty} f(t) e^{-s t} dt$
<i>IoT</i>	Internet of Things, ou Internet das Coisas
<i>PPP</i>	Processo pontual de Poisson
<i>QAM</i>	Quadrature amplitude modulation
<i>SINR</i>	Relação entre o sinal e a soma da interferência mais o ruído (signal to interference plus noise ratio)
<i>SNR</i>	Relação entre o sinal e o ruído (signal to noise ratio)

Lista de Símbolos

B	Largura de faixa do canal de transmissão
C	Capacidade de transmissão
C_δ	Capacidade de transmissão secundária de sistema com ajuste de δ e sem ajuste de m
$C_{m\delta}$	Capacidade de transmissão secundária de sistema com ajuste de δ e m
C_m	Capacidade transmissão secundária de sistema com ajuste de eficiência espectral m e sem ajuste de δ ou de σ
$C_{m\sigma}$	Capacidade transmissão secundária de sistema com ajuste de m e σ
$C_{m\sigma\epsilon}$	Capacidade transmissão secundária de sistema com ajuste de m e σ e com restrição ϵ na probabilidade de <i>outage</i>
C_p	Capacidade de transmissão da rede primária
C_s	Capacidade de transmissão da rede secundária
C_1	Capacidade de transmissão da rede secundária com modulação 4-QAM, $m = 1$
C_σ	Capacidade de transmissão secundária de sistema com ajuste de σ e sem ajuste de eficiência espectral
C_δ^*	Capacidade de transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de δ e sem ajuste de m
C_m^*	Capacidade transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de eficiência espectral m e sem ajuste de δ ou de σ
$C_{m\sigma}^*$	Capacidade transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de m e σ
$C_{m\sigma\alpha}^*$	Capacidade transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de m e σ em função de α
$C_{m\sigma\epsilon}^*$	Capacidade transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de m e σ e com restrição ϵ na probabilidade de <i>outage</i>
C_σ^*	Capacidade de transmissão secundária máxima de sistema com ajuste de σ e sem ajuste de eficiência espectral
E_b	Energia por bit
H	Parâmetro auxiliar de cálculo $H = \chi_4 \theta \sqrt{\frac{\ln(\frac{1}{\theta})}{\chi^2}}$
I	Interferência
K	Medida da intensidade da interferência da rede secundária sobre a rede primária
L	Parâmetro auxiliar de cálculo $\frac{\chi_0}{\chi^2} \theta \ln(\frac{1}{\theta})$
M	Ordem de modulação M-QAM ($M = 4^m$)

$m_{C\delta}$	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima em função de δ (valor contínuo)
$m_{C\delta\nu}$	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima em função de δ (valor inteiro)
m_δ	Fator de modulação para capacidade de transporte secundária com δ otimizado
$m_{\delta\epsilon}$	Fator de modulação para probabilidade de <i>outage</i> com restrição de ϵ no sistema com ajuste de δ (valor contínuo)
$m_{\delta\epsilon\nu}$	Fator de modulação para probabilidade de <i>outage</i> com restrição de ϵ no sistema com ajuste de δ (valor inteiro)
m_σ	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária com σ otimizado
$m_{\sigma\epsilon}$	Fator de modulação para probabilidade de <i>outage</i> com restrição de ϵ no sistema com ajuste de σ (valor contínuo)
$m_{\sigma\epsilon\nu}$	Fator de modulação para probabilidade de <i>outage</i> com restrição de ϵ no sistema com ajuste de σ (valor inteiro)
m_δ^*	Fator de modulação para capacidade de transporte secundária máxima com δ otimizado (valor contínuo)
$m_{\delta\nu}^*$	Fator de modulação para capacidade de transporte secundária máxima com δ otimizado (valor inteiro)
$m_{\delta\alpha}^*$	Fator de modulação para capacidade de transporte secundária máxima em função de α no sistema com ajuste de δ (valor contínuo)
$m_{\delta\alpha\nu}^*$	Fator de modulação para capacidade de transporte secundária máxima em função de α no sistema com ajuste de δ (valor inteiro)
m_ν^*	Fator de modulação para obter capacidade de transmissão secundária máxima do sistema só com ajuste de eficiência espectral (valor inteiro)
m_σ^*	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima com σ otimizado (valor contínuo)
$m_{\sigma\nu}^*$	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima com σ otimizado (valor inteiro)
$m_{\sigma\alpha}^*$	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima em função de α no sistema com ajuste de σ (valor contínuo)
$m_{\sigma\alpha\nu}^*$	Fator de modulação para capacidade de transmissão secundária máxima em função de α no sistema com ajuste de σ (valor inteiro)
n_b	Número de bits
N_0	Densidade espectral de ruído
N	Potência de ruído térmico
p	Probabilidade (valor arbitrário)
P	Probabilidade (função)
P_b^{Ray}	Probabilidade de erro de bit do sistema de modulação M-QAM em canal AWGN sujeito ao desvanecimento de Rayleigh
P^{out}	Probabilidade de <i>outage</i>
P_0^{out}	Probabilidade de <i>outage</i> de enlace isolado
P_m^{out}	Probabilidade de <i>outage</i> de transmissão da rede secundária com ajuste de fator de modulação m (M-QAM), em que $M = 4^m$
P_p^{out}	Probabilidade de <i>outage</i> de transmissão da rede primária
P_s^{out}	Probabilidade de <i>outage</i> de transmissão da rede secundária

P_{ϵ}^{out}	Probabilidade de <i>outage</i> da rede secundária ser limitado a ϵ
$P_{m\delta}^{out}$	Probabilidade de <i>outage</i> da rede secundária com ajuste de m e δ
$P_{m\delta\epsilon}^{out}$	Probabilidade de <i>outage</i> da rede secundária com ajuste de m e δ ser limitado a ϵ
$P_{m\sigma}^{out}$	Probabilidade de <i>outage</i> da rede secundária com ajuste m e σ
$P_{m\sigma\epsilon}^{out}$	Probabilidade de <i>outage</i> da rede secundária com ajuste de m e σ ser limitado a ϵ
P^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso
P_0^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso de enlace isolado
P_1^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso de enlace com modulação 4-QAM
P_m^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso da rede secundária com ajuste de fator de modulação m (M-QAM), em que $M = 4^m$
P_p^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso da rede primária
P_s^{suc}	Probabilidade de transmissão com sucesso da rede secundária
P_{ϵ}^{suc}	Probabilidade de sucesso da rede secundária ser superior a $\theta = 1 - \epsilon$
$P_{m\delta\epsilon}^{suc}$	Probabilidade de sucesso da rede secundária com ajuste de m e δ ser superior a $\theta = 1 - \epsilon$
$P_{m\sigma\epsilon}^{suc}$	Probabilidade de sucesso da rede secundária com ajuste de m e σ ser superior a $\theta = 1 - \epsilon$
R_b	Taxa de dados do canal
r	Distância de enlace entre transmissor e receptor
r_1	Distância de enlace secundário do <i>cenário original</i> 4-QAM
r_j	Distância entre transmissor interferente da mesma rede rede PPP e o nó de referência
r_m	Distância de enlace entre transmissor e receptor na rede secundária com ajuste de m e δ
r_p	Distância de enlace entre transmissor e receptor da rede primária
r_s	Distância de enlace entre transmissor e receptor da rede secundária
$r_{m\delta}^*$	Distância de enlace secundária ajustada para obter capacidade de transporte máxima, no sistema com ajuste de m e δ em que $r_{m\delta}^* = r_1 \delta_m^*$
S	Sinal de interesse
s	Argumento da transformada de Laplace
T	Total de nós da rede a que pertence o terminal de referência
W	Operador da função de Lambert
X, x	Variável de distância do terminal de rede considerado
α	Expoente de perda de percurso
β	Limiar de relação sinal sobre interferência mais ruído (SINR)
β_m	Limiar de <i>SINR</i> da rede secundária do <i>cenário modificado</i> com ajuste de fator de modulação m ($4^m QAM$)
β_p	Limiar de SINR para usuários primários
β_s	Limiar de SINR para usuários secundários
β_1	Limiar de SINR para usuários secundários/ modulação 4-QAM ($m = 1$)
δ	Fator de distância de enlace
δ_m	Fator distância de enlace para capacidade de capacidade de transporte ótima com m otimizado

$\delta_{m\epsilon}$	Fator distância de enlace para capacidade de transporte secundária máxima do sistema com ajuste de m e σ e com probabilidade de <i>outage</i> limitada a ϵ
δ^*	Fator de distância de enlace que maximiza a capacidade de transporte secundária do sistema sem ajuste de eficiência espectral
δ_m^*	Fator de distância de enlace para máxima capacidade de transporte secundária com ajuste de eficiência espectral
ϵ	Limite máximo para a probabilidade de <i>outage</i> $P^{out} < \epsilon$
κ	Constante função de α : $\kappa = \frac{\pi}{\alpha \sin(\frac{2\pi}{\alpha})}$
λ	Densidade de Nós da Rede PPP sem fio
λ_1	Densidade de Nós da Rede PPP secundária com modulação 4-QAM
λ_m	Densidade de nós da rede secundária com ajuste de eficiência espectral, tendo fator de modulação m , em que $M = 4^m$
λ_p	Densidade de Nós da Rede PPP primária
λ_s	Densidade de Nós da Rede PPP sem fio secundária
λ_t	Densidade de nós secundária do <i>cenário modificado</i> com ajuste de m e σ
$\lambda_{m\sigma}^*$	Densidade de Nós da Rede secundária PPP com ajuste de m e σ para obter a máxima capacidade de transmissão, em que $\lambda_{m\sigma}^* = \lambda_1 \sigma_m^*$
ν	Indicador de variável inteira
Π	Processo pontual de Poisson (PPP) que indica a posição dos nós de uma rede
Π_p	Processo pontual de Poisson (PPP) que indica a posição dos nós da rede primária
Π_s	Processo pontual de Poisson (PPP) que indica a posição dos nós da rede secundária
π	3.1415926
Φ	Componente de interferência
Φ_p	Componente de interferência causada por nós primários
Φ_s	Componente de interferência causada por nós secundários
ρ	Potência de transmissão
ρ_1	Potência de transmissão dos nós da rede secundária com modulação 4-QAM
ρ_m	Potência de transmissão dos nós da rede secundária com ajuste de eficiência espectral, tendo fator de modulação m , em que $M = 4^m$
ρ_p	Potência de transmissão de usuário primário
ρ_r	Potência recebida
ρ_s	Potência de transmissão de usuário secundário
ρ_t	Potência de transmissão
$\rho_{m\sigma}^*$	Potência de transmissão da Rede secundária para obter capacidade de transmissão máxima do sistema com ajuste de m e σ em que $\rho_{m\sigma}^* = \rho_1 (\sigma_m^*)^{-\frac{\alpha}{2}}$
σ	Fator de densidade de nós/ potência de transmissão em que $\lambda \rho^{\frac{2}{\alpha}}$
σ_m	Fator de densidade de nós/ potência para capacidade de transmissão ótima com m otimizado
$\sigma_{m\epsilon}$	Fator de densidade de nós/ potência que para capacidade de transmissão secundária máxima do sistema com ajuste de m e σ e com probabilidade de <i>outage</i> limitada a ϵ
σ^*	Fator de densidade de nós/ potência que maximiza a capacidade de transmissão secundária do sistema sem ajuste de eficiência espectral

σ_m^*	Fator de densidade de nós/ potência que maximiza a capacidade de transmissão secundária do sistema com ajuste de eficiência espectral
θ	Limite mínimo para a probabilidade de sucesso $P^{suc} > \theta$ quando $P^{out} > \epsilon$
χ_0	Fator de capacidade de transmissão, definido por $\chi_0 = 2 B \lambda_1$
χ_1	Fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral <i>FISM</i> , definido por $\chi_1 = 2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]$
χ_2	Fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral <i>FICM</i> , definido por $\chi_2 = 2 \pi \kappa r_1^2 4^{\frac{-2}{\alpha}} \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]$
χ_3	Fator de expoente de perda de percurso, definido por $\chi_3 = \frac{2}{\alpha}$
χ_4	Fator de capacidade de transporte, definido por $\chi_4 = \chi_0 r_1 = 2 B \lambda_1 r_1$
Υ	Capacidade de transporte
Υ_δ	Capacidade de transporte secundária de sistema com ajuste de δ e sem ajuste de m
Υ_m	Capacidade de transporte secundária de sistema com ajuste de eficiência espectral m e sem ajuste de δ
$\Upsilon_{m\delta}$	Capacidade de transporte secundária de sistema com ajuste de m e δ
$\Upsilon_{m\delta\epsilon}$	Capacidade de transporte secundária de sistema com ajuste de m e δ
Υ_p	Capacidade de transporte da rede primária
Υ_s	Capacidade de transporte da rede secundária
Υ_1	Capacidade de transporte da rede secundária com modulação 4-QAM, $m = 1$ e com restrição ϵ na probabilidade de <i>outage</i>
Υ_δ^*	Capacidade de transporte secundária máxima de sistema com ajuste de δ e sem ajuste de m
Υ_m^*	Capacidade de transporte secundária máxima de sistema com ajuste de eficiência espectral m e sem ajuste de δ
$\Upsilon_{m\delta}^*$	Capacidade de transporte secundária máxima de sistema com ajuste de m e δ
$\Upsilon_{m\delta\alpha}^*$	Capacidade de transporte secundária máxima de sistema com ajuste de m e δ em função de α
$\Upsilon_{m\delta\epsilon}^*$	Capacidade de transporte secundária máxima de sistema com ajuste de m e δ e com restrição ϵ na probabilidade de <i>outage</i>

Sumário

Lista de Figuras

Tabela

1	Introdução	24
1.1	Sistemas de Rádios Cognitivos	24
1.2	Metodologias Usadas para Análise de Desempenho de Rádios Cognitivos	25
1.3	Trabalhos Anteriores	26
1.3.1	Rádios Cognitivos com Mudança de Eficiência Espectral	26
1.3.2	Redes Cognitivas de Múltiplos Usuários	27
1.3.3	Análise de Interferência em Redes de Rádios Cognitivos	28
1.4	Contribuição deste Trabalho	29
1.5	Divulgação de Resultados Prévios deste Trabalho	30
1.6	Organização Deste Trabalho	30
2	Modelo da Rede	32
2.1	Modelos Usados na Análise de Redes Sem Fio	32
2.1.1	Rede Sem Fio com Múltiplos Usuários	33
2.1.2	Uso de Geometria Estocástica e de Teoria de Processos Pontuais para Cálculo da Interferência Agregada	34
2.1.3	Métricas de Desempenho de Capacidade	37
2.2	Modelos para Redes de Rádios Cognitivos	38
2.2.1	<i>Cenário Original</i> do Sistema de Rádios Cognitivos	38
2.2.2	Interferência e Probabilidade de <i>Outage</i> do <i>Cenário Original</i>	39
2.2.3	Capacidade de Transmissão do <i>Cenário Original</i> de Redes de Rádios Cognitivos	41
2.2.4	Capacidade de Transporte do <i>Cenário Original</i> de Redes de Rádios Cognitivos	41
2.2.5	Parâmetros Numéricos para Apresentação de Exemplos de Desempenho das Redes de Rádios Cognitivos	41
2.3	Sistema Cognitivo com Ajuste de Eficiência Espectral Mantendo Interferência Fixa	42
2.3.1	Desvanecimento de Rayleigh em Sistemas M-QAM	44

2.3.2	Limiar para Probabilidade de <i>Outage</i> da Rede Secundária com Ajuste de Eficiência Espectral	44
2.4	Cenários Modificados da Rede Secundária	46
2.4.1	Tipos de Cenários Modificados da Rede Secundária	46
2.4.2	Avaliação da Probabilidade de Sucesso da Rede Secundária com Ajuste de Eficiência Espectral	47
2.4.3	Sistema Mais Sujeito à Interferência: Métricas de Desempenho . . .	48
2.5	Análise de Desempenho com Aumento de Eficiência Espectral	50
2.5.1	Máxima Capacidade com Ajuste <i>Simples</i> de Eficiência Espectral . .	50
2.5.2	Definição do Problema: Aumento de Capacidade da Rede Secundária Ajustando m	52
2.5.3	Valor de m para Máximas Capacidades de Transmissão e de Transporte	52
2.5.4	Busca de Capacidade Máxima Considerando $m > 1$ e Inteiro	53
2.5.5	Alternativas para Melhora de Desempenho da Rede Secundária . .	54
2.6	Conclusão	56
3	Maximização de Capacidade de Transmissão com Adaptação à Densidade e Potência de Nós Secundários	57
3.1	Ajuste Simples de Densidade de Nós e Potência de Transmissão da Rede Secundária	57
3.1.1	Relação de Compromisso entre Parâmetros Ajustáveis Densidade e Potência	58
3.1.2	Definição do Problema: Maximizar Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade de Nós e Potência de Transmissão	58
3.1.3	Resultado da Capacidade de Transmissão Ajustando σ	59
3.1.4	Ganho na Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade/ Potência de Nós	61
3.2	Adaptação à Densidade e Potência Juntamente com Ajuste de Eficiência Espectral	62
3.2.1	Definição do Problema: Aumentar Capacidade Transmissão Ajustando-se σ e m	62
3.2.2	Capacidade de Transmissão Ótima	65
3.2.3	Validação do Modelo Estatístico de Interferência para Cálculo da Capacidade de Transmissão	67
3.3	Maximização de Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade/ Potência e Eficiência Espectral	70
3.4	Discussão: <i>Cenário Modificado</i> Ajustando m e σ	73
3.4.1	Influência do Expoente de Perda de Percorso α	74
3.4.2	Influência dos Valores de σ e m do Cenário Original	77
3.4.3	Maximização da Capacidade de Transmissão com Restrição na Probabilidade de <i>Outage</i>	79
3.5	Conclusão	84

4	Maximização de Capacidade com Adaptação à Distância de Enlace de Nós Secundários	86
4.1	Ajuste da Distância de Enlace da Rede Secundária	86
4.1.1	Capacidades de Transmissão e de Transporte no Cenário com Adaptação à Distância de Enlace	87
4.1.2	Definição do Problema: Maximizar Capacidade de Transporte Ajustando δ	88
4.1.3	Resultado da Capacidade de Transporte Ajustando δ	88
4.1.4	Ganho na Capacidade de Transporte Ajustando Distância de Enlace	90
4.2	Adaptação à Distância de Enlace e Ajuste de Eficiência Espectral	91
4.2.1	Variação da Capacidade de Transmissão: Observação Inicial	91
4.2.2	Definição do Problema: Aumentar Capacidade de Transporte Ajustando δ e m	94
4.2.3	Capacidade de Transporte Ótima	96
4.2.4	Validação do Modelo Estatístico de Interferência para Cálculo da Capacidade de Transporte	99
4.3	Maximização de Capacidade de Transporte Ajustando Distância de Enlace e Eficiência Espectral	101
4.4	Discussão: <i>Cenário Modificado</i> Ajustando m e δ	104
4.4.1	Influência do Expoente de Perda de Percorso α	104
4.4.2	Influência dos Valores de δ e m do Cenário Original	108
4.4.3	Maximização da Capacidade de Transporte com Restrição na Probabilidade de <i>Outage</i>	109
4.5	Conclusões	114
5	Conclusão	116
	Referências Bibliográficas	119
	Apêndice	124
A	Demonstração do Teorema 3.1	125
B	Demonstração do Teorema 4.1	129

Introdução

A crescente demanda por serviços de comunicação sem fio usando taxas de transmissão cada vez maiores aprimorou a evolução tecnológica dos equipamentos de transmissão e tornou evidente a crescente carência de espectro eletromagnético disponível para estes serviços. A busca de solução para este problema procurou aproveitar o desenvolvimento dos sistemas, trazendo alternativas para as tecnologias de transmissão, modulação e codificação para aprimorar o uso otimizado do espectro em redes de comunicação. O surgimento dos rádios programados por software (SDR- Software defined radio) forneceu meios para a busca automática de condições mais efetivas de aproveitamento dos recursos, até que surgiram as redes computacionais inteligentes, capazes de executar esta tarefa sem depender da comunicação com um controlador central.

Em [1] foi cunhado o termo rádio cognitivo para denominar o sistema capaz de perceber o ambiente e de buscar adaptar-se às variações estatísticas dos estímulos de entrada de forma autônoma, tornando-se a promessa de melhoria da eficiência do uso do espectro. Uma de suas principais vantagens é poder mudar suas condições de operação durante seu funcionamento (“on the fly”), permitindo a busca contínua de melhor desempenho em cenários que mudam rapidamente tal como os constituídos de usuários móveis ou transmissores intermitentes.

1.1 Sistemas de Rádios Cognitivos

Nos sistemas de rádios cognitivos, usuários primários e secundários compartilham o espectro simultaneamente na mesma região geográfica. Os usuários primários têm prioridade no uso do espectro, enquanto os secundários transmitem seus dados de forma oportunista, acessando o meio de transmissão sob a condição de não perturbar a operação dos usuários primários, e portanto, mantendo sua interferência limitada. Já os usuários primários ignoram a presença dos usuários secundários.

As primeiras abordagens analisadas para o compartilhamento de recursos visavam fazer com que os usuários secundários aproveitassem, de maneira oportunista, as lacunas de espaço ou de tempo do espectro (space/time holes) disponibilizadas pelos usuários primários. Lacunas de tempo são os intervalos em que os usuários primários não estão transmitindo, deixando o espectro ocioso, e lacunas de espaço são regiões mais distantes

das utilizadas pelos usuários primários detentores da licença, onde os usuários secundários poderiam fazer transmissões limitadas em potência de forma a não aumentar a interferência sofrida pelos usuários primários. Sendo assim, haveria uma “protocolo” a ser respeitado pelos usuários secundários, para que funcionassem de forma imperceptível por parte dos usuários primários, detentores da licença de uso do espectro.

Porém este compartilhamento pode ir além do uso de lacunas de tempo e espaço. Isto ocorre porque todos os sistemas transmissores sem fio estão sujeitos ao ruído ambiente, e se a interferência causada pelos usuários secundários sobre os primários ficar limitada a um nível tolerável pelos usuários primários, não há prejuízo para estes quando se faz compartilhamento do espectro. Para isto, o transmissor secundário deve estimar as condições de canal, adaptando seu esquema de transmissão de acordo com o ambiente, podendo melhorar seu desempenho. Esta melhoria pode ser medida com uso de várias métricas, como capacidade de transmissão e capacidade de transporte, que serão definidas no Capítulo 2.

Este trabalho analisa a maximização de capacidade de sistemas de rádios cognitivos em ambiente de múltiplos usuários, supondo duas redes (primária e secundária) operando na mesma região e compartilhando o espectro. Os usuários secundários podem ajustar seus parâmetros de forma a obter o melhor desempenho possível respeitando a prioridade de uso do espectro por parte dos usuários primários. Esta melhoria deve ser quantificada através de duas métricas de desempenho: capacidade de transmissão e capacidade de transporte.

1.2 Metodologias Usadas para Análise de Desempenho de Rádios Cognitivos

A caracterização da interferência é uma das principais dificuldades enfrentadas na análise de redes sem fio, e isto ocorre também para os sistemas cognitivos. Os pesquisadores que buscaram uso mais eficiente do espectro compartilhado por diversos usuários usaram modelos já estudados por redes em que não havia hierarquia diferenciada de acesso ao meio de transmissão. Em [2], os autores propuseram uma técnica de modulação *M*-QAM adaptativa, de taxa variável e de potência variável para combater o desvanecimento de canal, usando esquemas de modulação variáveis de forma a otimizar as transmissões sem fio. Em [3], os autores mostraram como a maximização da eficiência espectral poderia estar relacionada a um algoritmo “water filling” [4] que implementava tamanhos distintos de constelação (*M*-QAM com variações discretas do nível de modulação) ao invés de permitir variação contínua de taxa calculada pela capacidade de Shannon. No entanto, estas abordagens supõem que os usuários podem aumentar suas potências de transmissão para manter baixa a taxa de erro, o que não é conveniente em redes de rádios cognitivos devido ao dano que as transmissões secundárias possam causar à comunicação dos usuários primários.

Várias foram as técnicas apresentadas por pesquisadores de sistemas de rádios cognitivos na busca por uso mais eficiente do espectro eletromagnético, como: impor um limite à potência de transmissão máxima permitida aos rádios secundários (SR); ou pre-

servar áreas reservadas aos usuários primários dentro das quais os usuários secundários não pudessem transmitir, garantindo assim não haver interferência das transmissões oportunistas sobre aquelas cujos usuários que têm prioridade no uso do espectro. O uso de áreas reservadas e exclusivas restringe a análise, particularizando a abordagem, ou exigindo uso de certos protocolos específicos.

A condição de buscar transmitir de forma oportunista, imposta aos usuários secundários, resultou na busca de alternativas para melhorar seu desempenho. O sensoriamento de espectro é uma ferramenta útil para que os rádios secundários encontrem oportunidades de fazerem transmissões. Alguns usuários primários têm localização fixa, e esta informação pode ser conhecida pelos usuários secundários. Já se os usuários primários forem móveis será necessário que os usuários secundários disponham de dispositivos de baixo custo que possam integrar as funções de sensoriamento de espectro no espaço e no tempo juntamente com as trajetórias comportamentais dos usuários.

Em geral, as análises de desempenho de rádios cognitivos de múltiplos usuários encontrados na literatura apresentam um cenário com duas redes (primária e secundária) sobrepostas, sendo que cada uma delas tem terminais distribuídos no espaço segundo um Processo Pontual de Poisson (PPP) compartilhando espectro simultaneamente na mesma região geográfica. Esta abordagem é especialmente útil porque permite empregar geometria estocástica [5] para análise de interferência.

1.3 Trabalhos Anteriores

Em geral, as análises de capacidade de sistemas de rádios cognitivos apresentados na literatura têm dois cenários principais:

1. Sistemas contendo um par de enlaces (um primário e outro secundário) nos quais o usuário secundário muda a modulação para aumentar sua eficiência espectral, respeitando as limitações necessárias.
2. Sistemas de múltiplos usuários, sem mudança de modulação, em que se analisam:
 - O aumento de capacidade em função da densidade de nós;
 - A escalabilidade da capacidade de transmissão secundária em função do número de nós na rede;
 - Melhorias de desempenho com uso de protocolos específicos para obter ganhos de capacidade secundária.

O resultado destas análises é apresentado resumidamente a seguir:

1.3.1 Rádios Cognitivos com Mudança de Eficiência Espectral

Em [6], os autores apresentam um sistema com um transmissor e respectivo receptor ponto a ponto M -QAM que pode alterar a modulação para aumentar a eficiência espectral e a capacidade. Os autores obtêm taxas variáveis, e chegam a uma fórmula fechada que relaciona a taxa de erro de bit ao tamanho da constelação M -QAM usada.

Porém este sistema supõe um sistema totalmente isolado, que não leva em conta o efeito deste procedimento sobre outros usuários que compartilhem o espectro simultaneamente na mesma região.

Os trabalhos a seguir utilizam cenários em que um usuário primário e um usuário secundário (cada um com seu transmissor e receptor) compartilham o espectro na mesma região geográfica:

- Em [7], os autores apresentam estratégias de adaptação de taxa e potência para otimizar a transmissão de dados sobre canais com desvanecimento em uma rede cognitiva. Neste modelo, o compartilhamento de espectro não prejudica o usuário primário, porque a interferência média recebida é limitada para o receptor primário.
- Em [8], os autores propõem um esquema de modulação M-QAM de taxa e potência variáveis, sujeito a restrições de qualidade de serviço para o atraso, em canais com compartilhamento de espectro. Neste sistema, os parâmetros do usuário secundário são estabelecidos de forma ótima, de modo que a comunicação do usuário primário mantenha pelo menos a taxa mínima desejada. O desempenho do enlace secundário é analisado com o emprego de um sistema M-QAM adaptativo, de forma a atender um requisito de QoS de atraso estatístico, determinando também a alocação de potência ótima que maximiza a capacidade efetiva do usuário secundário.
- Em [9], são propostos dois esquemas adaptativos usando diversidade chaveada de transmissão e modulação adaptativa com a finalidade de aumentar a eficiência espectral do enlace secundário mantendo satisfatória a operação do enlace primário. Os autores propõem uma técnica que combina busca e espera mantendo os dados armazenados até que seja possível transmitir garantindo desempenho aceitável. Como há encaminhamento dos dados através de nós da rede (em enlaces intermediários), o sistema busca o caminho mais conveniente para melhorar o desempenho. O sistema seleciona o tamanho da constelação M-QAM e o caminho entre nós usado para transmissão de forma maximizar a eficiência espectral para atingir seu requisito de taxa de erro. Para isto leva em conta as condições do canal de desvanecimento e minimiza o número de chaveamentos, sempre restringindo a interferência causada ao usuário primário. Para contornar o problema de atraso, os autores propõem fazer controle de potência utilizando duas variações da técnica de busca (do melhor caminho) e espera (da ocasião ideal para transmitir os dados).

Os cenários até aqui mencionados não consideram redes de múltiplos usuários, limitando-se a analisar sistemas com um único enlace adaptativo ou apenas dois enlaces, o primário e o secundário, cada um com seu par transmissor/receptor.

1.3.2 Redes Cognitivas de Múltiplos Usuários

São encontrados na literatura sistemas de múltiplos usuários cognitivos que buscam otimizar a comunicação sujeitos a certas condições, parâmetros, ou que necessitam de protocolos específicos, sem considerar mudanças de modulação. A maior parte deles considera a posição dos nós no espaço como um processo pontual de Poisson (PPP).

Algumas abordagens impõem a restrição de transmissão secundária em certas áreas para garantir a prioridade dos usuários primários no acesso ao espectro: em [10], os autores avaliam o desempenho de uma rede cognitiva que consiste de um enlace primário e diversos usuários secundários. Em [11, 12], os autores consideram redes primária e secundária de larga escala compartilhando o mesmo ambiente e espectro. Estas áreas reservadas são chamadas regiões exclusivas do usuário primário (primary exclusion region- PER).

Outros trabalhos apresentam análise da escalabilidade dos cenários para redes cognitivas baseadas em protocolos específicos [13, 14, 15, 16], ou em sensoriamento de frequência espectral [17]. Em [18], os autores apresentam um critério geral que pode ser aplicado para determinar rapidamente as leis de escalabilidade sob o modelo de protocolo [19] usado para várias tecnologias de camada física, incluindo a do rádio cognitivo. As principais métricas usadas para calcular o desempenho são a vazão e o atraso, e uma conclusão frequente em relação a viabilidade das redes cognitivas propostas é a de que a densidade de nós da rede secundária seja maior do que a da rede primária. No entanto, nenhum destes trabalhos sobre redes de rádios cognitivos aqui citados considera usar modulação variável com a finalidade de melhorar o desempenho das redes secundárias.

1.3.3 Análise de Interferência em Redes de Rádios Cognitivos

Diversos trabalhos analisam a interferência entre redes de rádios cognitivos em que usuários primários e secundários interferem entre si. O modelo mais frequentemente usado para levar em conta a distribuição dos nós no espaço é o do Processo Pontual de Poisson (PPP) supondo que os nós primários têm densidade λ_p e os secundários têm densidade λ_s [11, 12, 13, 20, 21]. Nestes trabalhos, os autores consideram variações nas densidades de nós (primários e/ ou secundários nas redes), distâncias entre nós transmissores e respectivos receptores (e/ ou nós que sofrem interferência), e/ ou a potência de transmissão usada pelos nós secundários. Alguns trabalhos pioneiros mostraram que este tipo de rede heterogênea tem desempenho comparável ao de duas redes sem fio independentes e isoladas, avaliadas segundo o modelo de rede densa em que o tamanho da rede cresce conforme a densidade de nós em uma área fixa.

Em [20], a modulação da interferência em redes de rádios cognitivos é modelada para calcular a capacidade da rede supondo que o sinal recebido esteja sujeito a perda de percurso e desvanecimento Rayleigh. Os autores usam geometria estocástica [5] para derivar uma fórmula fechada para a capacidade de transmissão tanto para a rede primária como para a rede secundária. Eles demonstram que uma pequena degradação da probabilidade de *outage* da rede primária leva a um grande aumento da capacidade total de transmissão dos usuários secundários, quando as duas redes compartilham o espectro. Em [12], as autoras consideram duas redes de larga escala sobrepostas, uma primária e uma secundária, em que os transmissores secundários controlam sua interferência evitando transmitir dentro da região exclusiva primária (PER). São apresentados modelos de interferência entre as duas redes e usa-se cooperação vertical para permitir que os nós secundários retransmitam informações dos usuários primários de forma a otimizar o sistema como um todo. Embora [12, 20] analisem a capacidade de redes de rádios cognitivos com vários usuários primários e secundários, nenhum destes trabalhos considerou mudar

a eficiência espectral com a finalidade de melhorar a capacidade dos usuários secundários.

Em [21], os autores analisam alterações de vazão e atraso da mesma rede apresentada em [20], em função da variação de parâmetros de sistema, estabelecendo padrões de escalabilidade. Os autores concluem que se os usuários secundários souberem a localização dos transmissores primários e se forem usados esquemas apropriados de transmissão, as redes primária e secundária podem alcançar a mesma escalabilidade de vazão estabelecida em [19] para uma única rede sem fio.

1.4 Contribuição deste Trabalho

Este trabalho procurou melhorar desempenho de redes secundárias de sistemas cognitivos de múltiplos usuários através do aumento da ordem de modulação secundária quando o ambiente fosse favorável, ou da diminuição da eficiência espectral quando as condições do ambiente fossem ruins, de forma a manter a comunicação mesmo com taxa de dados mais baixa. Nos trabalhos analisados na literatura foram encontrados dois tipos de cenários: sistemas cognitivos que supunham aumento de eficiência espectral para aumentar a capacidade, porém constituídos de apenas dois pares transmissor-receptor: um primário e um secundário; ou então redes de múltiplos usuários compartilhando espectro, porém sem nenhum tipo de ajuste na eficiência espectral.

O modelo analisado foi o de duas redes primária e secundária sobrepostas, com terminais distribuídos conforme duas redes PPP, com densidades λ_p e λ_s , respectivamente. Buscou-se identificar quais parâmetros secundários poderiam ser ajustados sem que houvesse mudança na interferência sofrida pelo usuário primário. O desempenho resultante foi obtido através de duas métricas: a capacidade de transmissão e a de transporte [19].

Neste modelo, os usuários secundários utilizam o espectro de forma oportunista, podendo alterar sua eficiência espectral com a finalidade de melhorar sua capacidade, enquanto os usuários primários mantêm seu funcionamento inalterado, ignorando a presença dos rádios secundários. O aumento de eficiência espectral secundária é obtido com elevação da ordem de modulação M-QAM dos transmissores, além de poder alterar outros parâmetros, sempre controlando a potência de transmissão. Desta forma, a interferência causada aos usuários primários mantém-se limitada a níveis aceitáveis.

Embora haja controle da potência secundária, o aumento da ordem de modulação é feito juntamente com a elevação do limiar de relação sinal sobre interferência mais ruído (SINR) aceitável pelo usuário secundário. Este procedimento permite que, apesar do aumento da probabilidade de interrupção de serviço (*outage*) da rede secundária, a taxa de erros seja mantida fixa. Esta alternativa limita o uso deste sistema em certas aplicações (de “streaming”, por exemplo), porém pode ser eficiente em sistemas de transmissão do tipo “*best effort*” de alta latência, em que o importante é a quantidade de dados eficazmente transmitidos, e nos quais o tempo necessário para fazê-lo não seja tão restrito.

1.5 Divulgação de Resultados Prévios deste Trabalho

Em [22], foi apresentada uma visão geral das questões envolvidas na análise da capacidade de um sistema de rádios cognitivos em que os transmissores secundários poderiam ajustar sua eficiência espectral para obter melhor desempenho. Considerou-se que os terminais das duas redes de múltiplos usuários sobrepostas (primária e secundária) são distribuídos no plano conforme um PPP (processo pontual de Poisson), de densidades λ_p e λ_s , respectivamente. Concluiu-se que é possível obter melhor desempenho para o usuário secundário com ajuste de eficiência espectral, embora este resultado dependa dos valores iniciais de outros parâmetros.

Em [23], foi apresentado um sistema cognitivo de múltiplos usuários primários e secundários no qual era possível obter aumento de capacidade mantendo a mesma taxa de erro se os usuários secundários alterassem seu esquema de modulação (aumento de eficiência espectral), desde que a distância entre transmissor e receptor pudesse ser menor. Foram supostos transmissores usando modulação M-QAM e acessando o meio com uso do protocolo ALOHA. Este resultado sugeriu prosseguir a pesquisa, buscando avaliar o desempenho de redes cognitivas em que os usuários secundários pudessem ajustar mais parâmetros simultaneamente.

1.6 Organização Deste Trabalho

O trabalho aqui apresentado analisa um sistema cognitivo no qual duas redes de múltiplos usuários (primária e secundária) compartilham espectro simultaneamente na mesma região, e têm seus terminais distribuídos conforme dois processos pontuais de Poisson: os nós primários estão localizados no espaço com densidade λ_p e os secundários com densidade λ_s . Não se utiliza nenhuma restrição chamada "região de transmissão exclusiva", e todos os terminais secundários podem transmitir a qualquer momento, desde que não haja restrição na densidade de transmissores autorizados. A restrição é que mantenham limitada sua interferência sobre os usuários primários.

Busca-se analisar quais mudanças de parâmetros podem ser feitas pelos usuários secundários para que se obtenha maior capacidade de forma oportunista, sem interferir na qualidade de comunicação dos usuários primários. A avaliação de desempenho foi feita usando métricas de capacidade de transmissão e de transporte, buscando uma situação ótima de adaptação dos usuários secundários na rede cognitiva, sem perturbar a operação dos usuários primários, que têm preferência no uso destas faixas de frequência.

Demonstra-se que numa rede secundária que permite ajuste de eficiência espectral, sem alterar a interferência causada aos usuários primários:

- Há um valor de capacidade de transmissão máxima que pode ser atingido quando se ajusta simultaneamente a eficiência espectral juntamente com a densidade de nós e a potência de transmissão dos nós secundários. Os novos valores de densidade e de potência são obtidos em função do fator σ , calculado analiticamente a partir dos parâmetros do sistema.
- Há um valor de capacidade de transporte máxima que pode ser atingido quando

se ajusta simultaneamente a eficiência espectral e a distância de enlace dos nós secundários. O novo valor de distância é obtido em função do fator δ , calculado analiticamente a partir dos parâmetros do sistema.

O trabalho está organizado da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta uma introdução teórica dos conceitos que serão utilizados, enfatizando a diferença de abordagem usada neste trabalho em relação a outros da mesma área publicados anteriormente. Define-se o modelo de canal sem fio utilizado em redes PPP (em que os nós estão distribuídos como um processo pontual de Poisson) e os conceitos utilizados na modulação M-QAM. A seguir, apresenta-se o modelo de rede cognitiva sugerida, em que os usuários secundários mudam sua eficiência espectral mantendo a potência de transmissão fixa, de forma a não perturbarem a operação dos usuários primários que acessam o mesmo espectro.

O Capítulo 3 apresenta o cenário em que se busca otimização da capacidade de transmissão através da mudança da densidade de nós do secundário (relacionada diretamente com a potência de transmissão), e avalia-se se apenas este ajuste permite melhorar a capacidade de transmissão. A seguir verifica-se o efeito do ajuste de densidade de nós e potência de transmissão secundária simultaneamente com o ajuste de eficiência espectral.

O Capítulo 4 apresenta o cenário em que os rádios secundários podem adaptar-se ao ajuste de distância de enlace entre transmissor e receptor. Embora a capacidade de transmissão sempre aumente com a diminuição da distância de enlace, a capacidade de transporte é outra métrica que reflete o desempenho do sistema indicando o grau de dificuldade para fazer a informação fluir através dos nós da rede. A seguir verifica-se o efeito do ajuste de distância de enlace secundária simultaneamente com da eficiência espectral.

Finalmente, o Capítulo 5 conclui o trabalho.

Capítulo 2

Modelo da Rede

Neste capítulo são apresentados os modelos de rede de rádios cognitivos utilizados neste trabalho. Eles são baseados na comunicação sem fio de múltiplos usuários, num cenário em que duas redes compartilham recursos de espectro simultaneamente na mesma região geográfica. O modelo supõe que os terminais secundários podem ajustar sua ordem de modulação M-QAM de maneira a conseguir sempre o melhor desempenho, com a condição de que os usuários primários não percebam nenhuma mudança na interferência recebida. O resultado de desempenho é medido através de duas métricas: capacidade de transmissão e capacidade de transporte.

2.1 Modelos Usados na Análise de Redes Sem Fio

Neste trabalho considera-se o modelo de canal de propagação em que o sinal recebido está sujeito à atenuação por perda de percurso e ao desvanecimento Rayleigh, cuja distribuição é exponencial [24]. Portanto a potência de recepção em um enlace isolado (sem interferência) é dada por:

$$\rho_r = \rho_t r^{-\alpha} \quad (2.1)$$

em que ρ_t é a potência de transmissão, r é a distância de enlace entre transmissor e receptor, supõe-se que a média da componente de desvanecimento Rayleigh seja unitária e que o expoente de perda de percurso seja $\alpha > 2$. Portanto, não se consideram situações em que o ambiente de propagação permita a ocorrência de tunelamento em que o expoente de perda de percurso resultante seja inferior a 2.

Se não há interferência de outros nós, o enlace entre transmissor e receptor permite que os dados cheguem em condições de serem decodificados caso a potência recebida ρ_r supere a potência de ruído térmico N de um fator maior que um dado limiar β (SNR , ou relação entre o sinal recebido e o ruído). A probabilidade de sucesso P_0^{suc} desta transmissão é dada por:

$$P_0^{suc} = P\left(\frac{\rho_r}{N} \geq \beta\right). \quad (2.2)$$

Se $SNR < \beta$ (ou seja, o sinal recebido for menor do que o limiar aceitável), a transmissão falha e o resultado é a indisponibilidade de serviço, denominada *outage*. O valor de β é função da camada física do sistema.

A probabilidade de *outage* é o complemento da probabilidade de sucesso dado por (2.2). O sucesso da transmissão é função da potência que chega ao receptor (2.1), e como o sinal está sujeito ao desvanecimento de Rayleigh, cuja distribuição é exponencial, a probabilidade de *outage* é dada por [5]:

$$P_0^{out} = 1 - P_0^{suc} = 1 - \exp\left(-\frac{\beta r^\alpha}{\rho_t} N_0\right). \quad (2.3)$$

2.1.1 Rede Sem Fio com Múltiplos Usuários

A caracterização precisa da interferência ou da relação sinal sobre interferência para uma rede sem fio em que múltiplos usuários compartilham o mesmo espectro é um grande desafio [25], pois está sujeita a grande incerteza. Por esta razão, os métodos clássicos da teoria de comunicação são inadequados para analisar as redes de múltiplos usuários por apresentarem as seguintes limitações [5]:

- Em uma rede com vários transmissores funcionando simultaneamente, a métrica que limita o desempenho de um nó de rede é dada pela relação entre o sinal de interesse e a potência do sinal de interferência mais o ruído (*SINR*) e não mais a *SNR*, usada para análise de enlace isolado.
- A interferência depende das características de perda de percurso e desvanecimento que, por sua vez, são funções das posições em que os diversos nós estão no espaço.
- A quantidade de incertezas presente em grandes redes sem fio excede fartamente a quantidade de incertezas de uma comunicação ponto-a-ponto: cada nó pode conhecer ou prever a localização e os canais de uns poucos nós, mas não de todos os demais nós da rede.

Por esta razão buscou-se caracterizar a estatística da interferência entre os vários nós de redes de múltiplos usuários modelando os cenários analisados como processos estocásticos de pontos no espaço de duas dimensões usando a Teoria dos Processos Pontuais [26], que é uma área da geometria estocástica, na qual o processo pontual de Poisson (PPP) é um dos exemplos mais empregados [5].

Em uma rede de comunicação sem fio com múltiplos usuários, os parâmetros desconhecidos são o número de nós, o efeito do desvanecimento, a potência de transmissão dos nós e a localização dos nós interferentes, que conjuntamente definem se haverá sucesso ou falha na transmissão, condição definida a partir do valor do limiar de transmissão com sucesso β . Para isto, o sinal recebido *SINR* deve ser superior a β :

$$\frac{\rho_r}{N + I} \geq \beta \quad (2.4)$$

em que I é a potência de interferência sobre o nó considerado.

Os principais fatores de interferência são a distribuição espacial dos nós transmissores e a atenuação do sinal com a distância do enlace (perda de percurso) [19]. Sua determinação precisa depende fortemente da localização de cada nó da rede, para que se possa calcular a distância de enlace e perdas de transmissão, o que não é prático.

Seja uma rede de terminais Π , em que cada nó transmite dados para seu receptor, que também pertence a Π . Sabe-se que a potência de interferência sobre o receptor de interesse $i \in \Pi$ está sujeita a vários processos estocásticos, tais como a distribuição espacial dos usuários, a distância das fontes de interferência, o desvanecimento que atinge o sinal. Há distribuições estatísticas para modelar o desvanecimento, e neste trabalho utiliza-se a de Rayleigh com média unitária. Supõe-se que o nó i esteja na origem do plano considerado, e que receba o sinal transmitido por cada um dos $j \in \Pi$ sinais interferentes, cada um transmitindo com uma potência ρ_j . As componentes de interferência estão sujeitas portanto à perda de percurso supondo-se $\alpha > 2$ ao longo da distância x_j que separa cada nó transmissor e a origem do plano (nó i). Portanto, a interferência I percebida em i é dada por:

$$I = \sum_{j \in \Pi, j \neq i} \rho_j x_j^{-\alpha} \quad (2.5)$$

em que o desvanecimento de Rayleigh tem média unitária, Π é o processo pontual de Poisson que define a posição do conjunto de transmissores interferentes e α é o expoente de perda de percurso do ambiente considerado.

Em redes de múltiplos usuários, para que haja transmissão com sucesso de uma mensagem é necessário que a relação entre a potência recebida ρ_i e a soma do ruído térmico N com a potência da interferência agregada I causada pelos demais usuários seja maior que o limiar $SINR = \beta$. A probabilidade de sucesso na transmissão entre um nó i e seu respectivo receptor é dada por [19]:

$$P_i^{suc} = P \left(\frac{\rho_i r^{-\alpha}}{N + \sum_{j \in \Pi, j \neq i} \rho_j x_j^{-\alpha}} \geq \beta \right) \quad (2.6)$$

em que ρ_j e r_j são respectivamente a potência de transmissão do nó interferente e a distância entre o nó interferente e o receptor de referência.

Analogamente ao que ocorre no caso do enlace único, se a relação entre a potência recebida e a soma da interferência agregada mais o ruído for menor do que o limiar ($SINR \leq \beta$), a transmissão falha e o resultado é a indisponibilidade de serviço (*outage*), cuja probabilidade P_i^{out} corresponde a uma distribuição cumulativa da relação entre o sinal e a interferência mais ruído e é o complemento da probabilidade de sucesso (2.6).

2.1.2 Uso de Geometria Estocástica e de Teoria de Processos Pontuais para Cálculo da Interferência Agregada

O uso de modelos estocásticos para analisar redes de múltiplos usuários foi apresentado em [27], diretriz seguida por outros pesquisadores para modelar localização de nós no espaço, interferência e potência aleatórias. Em [28, 29, 30, 31, 32] os autores utilizaram distribuições de Poisson, e [33, 34, 35] caracterizaram o impacto de efeitos aleatórios do canal (desvanecimento, perda de percurso e suas combinações) na interferência agregada.

Os métodos estatísticos para análise de sistemas sem fio foram obtidos da Teoria de Processos Pontuais [26, 36], considerada o principal ramo da geometria estocástica (divisão da probabilidade aplicada que permite analisar padrões espaciais aleatórios no espaço \mathbb{R}^d)

[5]. Seus modelos matemáticos permitem avaliação de um conjunto de pontos localizados aleatoriamente em um espaço euclidiano, tornando possível caracterizar a rede sem fio sem fixar sua configuração específica, buscando responder aos seguintes questionamentos:

- Como se pode descrever um conjunto aleatório de pontos em uma, duas ou mais dimensões?
- Como se podem derivar propriedades estatísticas de tal coleção de pontos?
- Como se podem calcular médias estatísticas sobre todas as possíveis realizações de tal coleção aleatória?
- Como se pode condicionar um ponto a ter uma localização específica?
- Dado um conjunto empírico de pontos, qual modelo estatístico é mais preciso para representar este conjunto de pontos?

O processo pontual pode ser descrito como uma coleção aleatória de pontos no espaço euclidiano R^d , classificados segundo suas características. No caso da análise de redes sem fio, os processos pontuais devem ser:

- Simples, ou seja, não há pontos coincidentes na mesma localização do espaço;
- Estacionários, para os quais a lei dos processos pontuais não varia se todo o conjunto for deslocado;
- Isotrópicos, se a lei do processo pontual não varia com a rotação do conjunto de pontos;
- Homogêneo, nos quais a densidade de pontos no espaço é constante.

A razão da escolha do modelo PPP para caracterizar a localização dos nós é que ele é homogêneo, simples, estacionário e isotrópico, e portanto também é invariante com o movimento. Presta-se a análises extensas, tendo sido largamente usado para modelar características de grandes redes sem fio de múltiplos usuários, tais como: o valor da função densidade de probabilidade da interferência agregada e a probabilidade de *outage* de uma rede PPP com ganho de canal determinístico para um dado expoente de perda de percurso [34]; os resultados para canais com desvanecimento de Rayleigh [31]; a maximização da capacidade de transmissão [37, 38] e a correlação com a interferência em [39]; os valores de limitante superior e inferior da probabilidade de *outage* [38]; o efeito de canais com desvanecimento [40]; e o efeito do cancelamento de interferência da capacidade de transmissão [41].

A localização dos nós interferentes, a lei de perda de percurso, o desvanecimento e o esquema de acesso ao canal são fatores importantes na determinação do valor da interferência, conforme mostra a Equação (2.5). Desta forma, a geometria da rede é o fator que determina a distribuição da interferência [25], e a incerteza da posição dos nós pode ser representada por um processo pontual estocástico sobre o plano de duas dimensões (\mathbb{R}^2). Supondo que não haja dois nós na mesma posição do espaço, pode-se escrever o

processo pontual como um conjunto aleatório dado por $\Pi = \{j_1, j_2, \dots, j_n\}$ em que o número de nós n pode ser finito ou infinito. Se a interferência for estacionária, tanto no tempo quanto no espaço, pode-se considerar somente a distribuição da interferência na análise, e usando geometria estocástica, pode-se expressar a probabilidade de *outage* quando a interferência é gerada por um conjunto aleatório de sinais interferentes. Portanto, neste trabalho considera-se que os nós da rede estão distribuídos no espaço conforme um PPP.

Uma propriedade importante do PPP é dada pelo Teorema de Slivnyak [5] que afirma que as propriedades vistas a partir de um ponto $x \in \mathbb{R}^d$ são as mesmas não importando se há ou não um ponto transmitindo na posição $x \in \Pi$; ou seja, o ponto x analisado não precisa estar incluído no processo pontual Π [42]. Portanto, a interferência pode ser medida em qualquer ponto de um processo pontual desde que a contribuição deste ponto para a estatística não seja considerada no cálculo.

O protocolo ALOHA para acesso ao meio em uma rede cujos nós estão distribuídos conforme um PPP é um modelo usado frequentemente porque ele mantém as propriedades de distribuição do próprio PPP, ou seja: se a localização dos nós da rede tem densidade λ (nós por metro quadrado) e transmitem com probabilidade p , o conjunto de transmissores formam um PPP de intensidade $p\lambda$. Isto significa que se $I(\lambda)$ for a interferência em um PPP de intensidade λ em que todos os nós estão transmitindo, então $I(p\lambda)$ é a interferência na mesma rede em que o ALOHA é usado com probabilidade p . Além disso, devido à propriedade de superposição do PPP, a interferência é proporcional a $p\lambda$ [25].

Uma característica importante do modelo de rede de múltiplos usuários que supõe transmissão sujeita à perda de percurso e ao desvanecimento de Rayleigh é que para um enlace entre dois terminais separados com distância de enlace r , a probabilidade de transmissão com sucesso é igual à transformada de Laplace da interferência agregada calculada no ponto s dado por

$$s = \frac{\beta r^\alpha}{\rho}, \quad (2.7)$$

em que β é o limiar de transmissão com sucesso, r é a distância de enlace e ρ é a potência de transmissão do terminal. Como a potência do sinal tem distribuição exponencial (Rayleigh) com média $\rho r^{-\alpha}$, a probabilidade de transmissão com sucesso é dada por:

$$\begin{aligned} P^{suc} &= P(S \geq \beta I) \\ &= \mathbb{E} \left[\exp \left(-\frac{\beta r^\alpha}{\rho} I \right) \right] = \mathcal{L}_I(s) \left(\frac{\beta r^\alpha}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

em que ρ é a potência de transmissão do nó de referência e α é o expoente de perda de percurso [12, 25].

Sendo assim, para um ponto de referência (origem do espaço), na presença de terminais interferentes distribuídos conforme um PPP (independentes entre si, que acessam o meio de maneira aleatória, sem prévia verificação do estado do canal), a interferência agregada (2.5) pode ser calculada usando o Teorema de Slivnyak (segundo o qual uma rede cujos nós estão distribuídos conforme um PPP homogêneo, pode-se medir a interferência a partir de qualquer ponto do PPP, e este ponto não precisa necessariamente conter um transmissor interferente da rede).

Na Equação (3.21) de [25], os autores usaram geometria estocástica e analogia com processos de ruído shot e obtiveram uma fórmula fechada para a interferência agregada

num ponto pertencente a uma rede PPP homogênea (2.5). Esta interferência é causada pelos demais terminais da rede PPP, em ambiente sujeito ao desvanecimento de Rayleigh com distribuição exponencial de média unitária:

$$\mathcal{L}_I(s) \triangleq \exp \left[-2 \pi \lambda \kappa \rho^{\frac{2}{\alpha}} s^{\frac{2}{\alpha}} \right] \quad (2.9)$$

em que λ é a densidade de nós do PPP, $\alpha > 2$ é o expoente de perda de percurso, r é a distância de enlace do terminal considerado, β é o limiar *SINR* para transmissão com sucesso e κ está relacionado com o valor do expoente de perda de percurso α conforme

$$\kappa = \frac{\pi}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)}. \quad (2.10)$$

A interferência agregada no ponto i é obtida substituindo o ponto de interesse dado por (2.7) na Equação (2.9):

$$I_{\Pi} = \exp \left[-2 \pi \lambda \kappa \beta^{\frac{2}{\alpha}} r^2 \right] \quad (2.11)$$

Observar que devido às propriedades da geometria estocástica, os cálculos de interferência da rede cujos nós estão distribuídos conforme um processo PPP Π com densidade λ , a distância de enlace r e a potência de transmissão ρ podem ser consideradas iguais para todos os nós (2.9).

A probabilidade de *outage* também é influenciada pelo ruído AWGN (additive white Gaussian noise), dado por

$$P^{out} = \exp \left(-\frac{\beta r^{\alpha}}{\rho} N_0 \right) \quad (2.12)$$

em que N_0 é a densidade espectral de ruído (w/Hz). A probabilidade de *outage* para um terminal PPP com enlace r levando em conta o ruído térmico e a interferência é dada por [25]:

$$P^{out} = P(SINR \leq \beta) = 1 - \underbrace{\exp \left(-\frac{\beta r^{\alpha}}{\rho} N_0 \right)}_{\text{Ruído}} \underbrace{\exp \left[-2\pi \kappa \lambda \beta^{\frac{2}{\alpha}} r^2 \right]}_{\text{Interferência}}, \quad (2.13)$$

indicando que as probabilidades de *outage* e de transmissão com sucesso dependem de dois fatores: o termo de ruído que não depende da interferência e o termo de interferência que não depende do ruído.

2.1.3 Métricas de Desempenho de Capacidade

Neste trabalho serão utilizadas duas métricas para medida de desempenho de capacidade, assim definidas:

1. Capacidade de transmissão, que indica a quantidade de informação enviada [37], medida em bits, e dada por:

$$C = R_b \lambda (1 - P^{out}) = 2 B \lambda (1 - P^{out}) \quad (2.14)$$

em que B é a largura de faixa utilizada e R_b é a taxa de dados; e

2. Capacidade de Transporte, que indica a distância percorrida pela quantidade de informação enviada [19], medida em $\text{bits} \times m$, e dada por:

$$\Upsilon = r C = 2 B r \lambda (1 - P^{out}). \quad (2.15)$$

Enquanto a capacidade de transmissão indica a quantidade de informação transmitida por unidade de área, a capacidade de transporte leva em conta a distância percorrida pela informação. Em caso de enlace isolado, estas métricas dependem apenas do ruído térmico, enquanto em redes de múltiplos usuários, são função também da interferência causada pelos demais terminais compartilhando o espectro na mesma região.

2.2 Modelos para Redes de Rádios Cognitivos

Esta seção apresenta o modelo de sistema de rádios cognitivos frequentemente apresentado na literatura [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21]. Um sistema de rádios cognitivos é composto de duas redes sobrepostas, chamadas rede primária (PR) e rede secundária (SR). Os usuários de ambas as redes compartilham o espectro na mesma região geográfica, de forma simultânea.

Os usuários da rede primária têm prioridade para acesso aos recursos, e funcionam ignorando a presença dos rádios secundários. Já os rádios secundários operam de forma oportunista, acessando o espectro e transmitindo seus dados desde que seu funcionamento não prejudique o desempenho dos rádios primários. Como o desempenho da rede primária deve ser mantido constante, a busca da maximização da capacidade de sistemas cognitivos depende da melhoria de desempenho da rede secundária.

2.2.1 *Cenário Original* do Sistema de Rádios Cognitivos

Os usuários secundários podem buscar oportunidades de melhoria de desempenho nas ocasiões em que o usuário primário não está acessando o espectro, ou então alterando seus próprios parâmetros de forma a melhorar suas métricas de desempenho mantendo limitada sua interferência sobre os usuários primários. Por esta razão, qualquer modificação nos parâmetros do rádio secundário deve ser feita a partir da suposição de que há um *cenário original*, composto de uma rede primária e de uma rede secundária, ambas operando de forma satisfatória, em que a rede primária tolera a interferência recebida da rede secundária, ignorando sua presença; e que a rede secundária opera respeitando a condição de não aumentar sua interferência sobre os usuários primários. Qualquer modificação de parâmetros a partir deste *cenário original* resulta na configuração denominada *cenário modificado*, cujas características são descritas na seção 2.4 deste mesmo Capítulo.

O *Cenário Original* utilizado neste trabalho foi apresentado em [12, 20], estendendo os resultados obtidos em redes PPP isoladas para um sistema de rádios cognitivos, que tem *duas* redes independentes: uma rede primária Π_p e uma rede secundária Π_s têm terminais distribuídos de acordo com processos pontuais de Poisson (PPP) com densidades de nós de λ_p e de λ_s , respectivamente. A Figura 2.1 mostra este cenário, incluindo a localização dos usuários primários (representados com $*$) e dos secundários (+). Neste

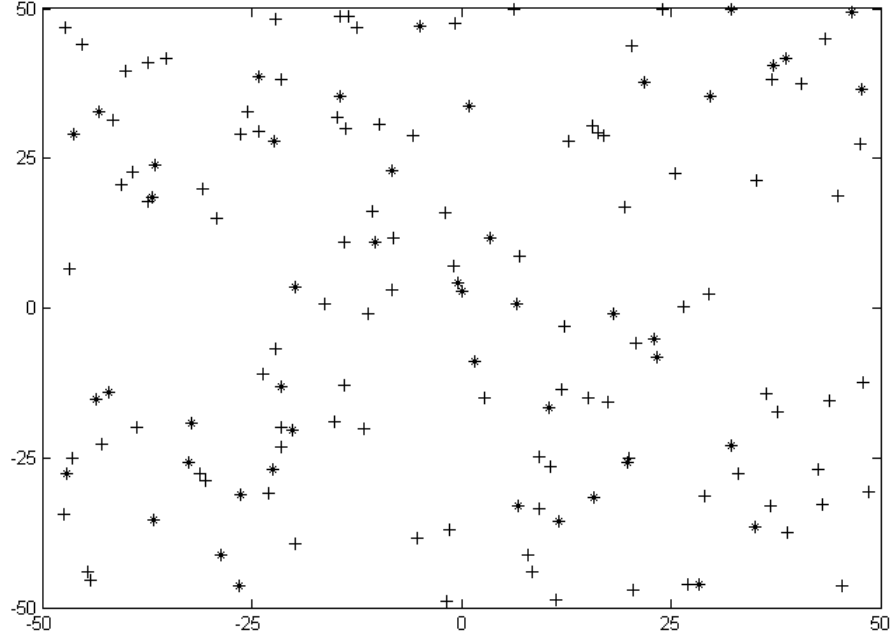


Figura 2.1: Modelo de Sistema mostrando posição dos nós primários (*) e secundários (+)

modelo, o sinal recebido em cada receptor primário está sujeito à interferência vinda dos demais transmissores primários, e também de todos os transmissores secundários. De forma análoga, o sinal recebido em cada receptor secundário está sujeito à interferência vinda dos demais transmissores secundários, bem como a recebida de todos os transmissores primários.

Supõe-se que o expoente de perda de percurso é $\alpha > 2$, e que a transmissão está sujeita ao desvanecimento de Rayleigh, tendo limiar para transmissão com sucesso β_p para a rede primária e β_s para a rede secundária. Conforme os princípios da geometria estocástica, considera-se que todos os transmissores primários usam a mesma potência ρ_p e mantêm a mesma distância de enlace r_p até seus respectivos receptores, e analogamente os transmissores secundários usam a mesma potência de transmissão ρ_s e a mesma distância de enlace r_s .

2.2.2 Interferência e Probabilidade de *Outage* do *Cenário Original*

Conforme demonstrado em [12, 20], a probabilidade de transmissão com sucesso de um enlace direto sujeito à interferência de dois conjuntos independentes de transmissores dispostos conforme processos pontuais de Poisson (Π_p e Π_s) em ambiente sujeito ao desvanecimento de Rayleigh é igual ao produto das transformadas de Laplace das interferências

agregadas de Π_p e de Π_s , ambas calculadas no ponto de referência s_i (2.7):

$$s_i = \frac{\beta_i r_i^\alpha}{\rho_i} \quad (2.16)$$

Supondo inicialmente que este nó s_i pertence à rede primária, calcula-se a transformada de Laplace da interferência agregada de pontos da rede PPP homogênea primária este nó substituindo-se o argumento s_i obtido em (2.16) na Equação (2.9) pelos respectivos parâmetros da rede primária:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_p}(s_p) &\triangleq \exp \left[-2 \pi \lambda_p \kappa s_p^{\frac{2}{\alpha}} \rho_p^{\frac{2}{\alpha}} \right] \\ &= \exp \left[-2 \pi \lambda_p \kappa \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} r_p^2 \left(\frac{\rho_p}{\rho_p} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \\ &= \exp \left[-2 \pi \lambda_p \kappa \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} r_p^2 \right] \end{aligned} \quad (2.17)$$

A interferência agregada causada pela rede secundária sobre o nó s_i é calculada de forma análoga:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I_s}(s_s) &\triangleq \exp \left[-2 \pi \lambda_s \kappa s_s^{\frac{2}{\alpha}} \rho_s^{\frac{2}{\alpha}} \right] \\ &= \exp \left[-2 \pi \lambda_s \kappa \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} r_p^2 \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \\ &= \exp \left[-2 \pi \kappa \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} r_p^2 \lambda_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \end{aligned} \quad (2.18)$$

Os resultados obtidos nas Equações (2.17) e (2.18) supõem que todos os transmissores primários usem com a mesma potência ρ_p e que todos receptores secundários transmitam usando a potência ρ_s . A distância de enlace considerada r deve ser a correspondente à rede à qual pertence o terminal analisado.

Tal como ocorre para a rede isolada, a expressão da probabilidade de *outage* de duas redes sobrepostas é composta de dois fatores, um termo de interferência que não depende do ruído e um termo de ruído que não depende da interferência:

$$P^{out} = 1 - \underbrace{\exp \left(\frac{\beta_p r_p^{-\alpha}}{\rho_p} N_0 \right)}_{\text{Ruído}} \underbrace{I_p I_s}_{\text{Interferência}}, \quad (2.19)$$

A probabilidade de *outage* de um nó i sujeito à interferência de duas redes sobrepostas Π_p e Π_s é calculada substituindo-se os valores obtidos em (2.12), (2.17) e (2.18) na Equação (2.19). Obtém-se para um nó da rede primária:

$$P_p^{out} = 1 - \exp \left(\frac{-\beta_p N_0 r_p^\alpha}{\rho_p} \right) \exp \left[-2\pi \kappa r_p^2 \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_p + \lambda_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \quad (2.20)$$

O mesmo procedimento pode ser feito para calcular a probabilidade de *outage* de um nó da rede secundária:

$$P_s^{out} = 1 - \exp \left(\frac{-\beta_s N_0 r_s^\alpha}{\rho_s} \right) \exp \left[-2\pi \kappa r_s^2 \beta_s^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_s + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \quad (2.21)$$

As Equações (2.20) e (2.21) permitem observar que para duas redes PPP que compartilham simultaneamente o mesmo espectro e o mesmo espaço geográfico, os parâmetros que influenciam a interferência de uma rede na outra são a potência de transmissão e a densidade de nós.

2.2.3 Capacidade de Transmissão do *Cenário Original* de Redes de Rádios Cognitivos

A Equação (2.14) permite calcular a capacidade de transmissão das redes sem fio primária C_p (2.20) e secundária C_s (2.21), levando em conta o ruído térmico (2.12), e também a interferência causada pelos demais nós (primários e secundários) da rede cognitiva. Tem-se portanto:

$$\begin{aligned} C_p &= R \lambda_p (1 - P_p^{out}) \\ &= 2 B \lambda_p \exp \left[-\frac{\beta_p r_p^\alpha}{\rho_p} N_0 - 2 \pi \kappa r_p^2 \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_p + \lambda_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_p} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.22)$$

para a rede primária e

$$\begin{aligned} C_s &= R \lambda_s (1 - P_s^{out}) \\ &= 2 B \lambda_s \exp \left[-\frac{\beta_s r_s^\alpha}{\rho_s} N_0 - 2 \pi \kappa r_s^2 \beta_s^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_s + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.23)$$

para a rede secundária.

2.2.4 Capacidade de Transporte do *Cenário Original* de Redes de Rádios Cognitivos

Aplicando-se a Equação (2.15) e substituindo a probabilidade de *outage* conforme dado por (2.21), obtém-se a capacidade de transporte da rede secundária:

$$\begin{aligned} \Upsilon_s &= r_s C_s = 2 B r \lambda_s (1 - P_s^{out}) = \\ &= 2 B r \lambda_s \exp \left(-\frac{\beta_s r_s^{-\alpha} N_0}{\rho_s} \right) \times \exp \left[-2 \pi \kappa r_s^2 \beta_s^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_s + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_s} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.24)$$

A capacidade de transporte da rede primária é calculada de forma análoga, mas neste trabalho busca-se otimizar somente o desempenho da rede secundária.

2.2.5 Parâmetros Numéricos para Apresentação de Exemplos de Desempenho das Redes de Rádios Cognitivos

Embora o desenvolvimento deste trabalho seja analítico, é útil fornecer gráficos que permitam visualizar melhor os resultados analíticos obtidos. Para isto, é necessário fixar valores numéricos para caracterizar os diversos parâmetros de sistema. Estes valores foram escolhidos com base em um sistema sem fio *IP Digital Microwave Radio GMHC 620E* disponível no mercado [43]. A Tabela 2.1 mostra os valores práticos de um sistema de rádios cognitivos adotados para traçar os gráficos apresentados como exemplos neste trabalho.

Potência de Transmissão do Primário	ρ_p	0.1	W
Potência de Transmissão do Secundário	ρ_1	0.1	W
Distância Enlace do Primário	r_p	100	m
Distância Enlace do Secundário	r_1	20	m
Densidade de Nós do Primário	λ_p	10^{-6}	nós / m^2
Densidade de Nós do Secundário	λ_1	10^{-6}	nós / m^2
Limiar $SINR$ do primário	β_p	15	
Limiar $SINR$ do secundário	β_1	15	
Largura de Faixa	B	10^6	Hz

Tabela 2.1: Parâmetros utilizados nos gráficos - valores do *cenário original*

2.3 Sistema Cognitivo com Ajuste de Eficiência Espectral Mantendo Interferência Fixa

Neste trabalho são considerados apenas sistemas M-QAM com número par n_b de bits por símbolo da constelação M-QAM (4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, ..., $4^{n_b} - QAM$). Define-se fator de modulação m como

$$m = \frac{n_b}{2} = \log_4 M, \quad (2.25)$$

em que $M = 4^m$. O fator de modulação será utilizado mais adiante para caracterizar a ordem de modulação (e portanto a eficiência espectral) obtida pelo sistema analisado. Sabe-se que a taxa máxima teórica para sistema com constelação M-QAM sobre a largura de faixa B é $R_b = 2 B \log_2 M$, sendo $M = 2^{n_b}$, e que o limiar da relação sinal sobre ruído mais interferência está relacionada com a energia por bit por densidade espectral de ruído E_b/N_0 através da expressão:

$$\beta = \frac{R_b}{B} \times \frac{E_b}{N_0}, \quad (2.26)$$

em que R_b é a taxa de dados do canal e B é sua largura de faixa.

Inicialmente, supõe-se que os usuários secundários transmitam dados usando a modulação por fase e quadratura mais simples (4-QAM), e que podem aumentar a eficiência espectral para melhorar o desempenho, em função do ambiente, podendo transmitir mais bits de informação por símbolo, desde que não prejudique os usuários primários. A rede primária não é alterada nesta análise, e portanto o tipo de modulação nela utilizado não é considerado.

A rede sem fio terá maior eficiência espectral se aumentar a ordem de modulação M-QAM, transmitindo um maior número de bits por símbolo da constelação. Para que este procedimento não cause aumento na taxa de erros em sistemas M-QAM convencionais, o uso de ordem de modulação maior implica no aumento da potência de transmissão. A Figura 2.2 mostra as constelações 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM convencionais com respectivos símbolos de sinais na constelação, cujas posições são proporcionais à energia necessária para sua transmissão mantendo a mesma taxa de erro. Observa-se que os níveis de energia dos símbolos da constelação são tanto maiores quanto maior for a ordem de modulação M .

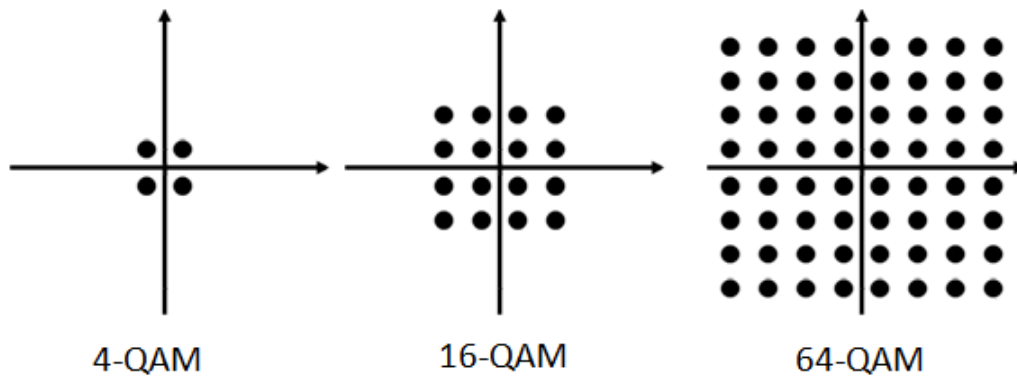


Figura 2.2: Símbolos de constelação para sistema M-QAM convencional

O rádio secundário aqui analisado não tem prioridade para uso do espectro e deve operar de maneira oportunista, e sendo assim pode mudar suas características para buscar o melhor desempenho sem prejudicar os usuários primários. Por isto não pode aumentar sua potência de transmissão porque isto causa aumento da interferência sobre os usuários primários. A alternativa proposta neste trabalho é aumentar a eficiência espectral da rede secundária sem aumentar sua potência de transmissão, fazendo com que os símbolos da constelação utilizada na rede secundária tenham nível de energia limitado ao valor de interferência aceito pela rede primária. Embora esta alternativa permita aumentar a eficiência espectral sem aumentar a interferência sobre os usuários primários, causa o inconveniente de aumentar da taxa de erros nas transmissões da rede secundária, e consequentemente a probabilidade de *outage*.

A Figura 2.3 mostra um esboço das posições dos símbolos de constelação para sistemas com modulações de 4-QAM, 16-QAM e 64-QAM empregados pela rede secundária (constelações maiores não foram mostradas devido à limitações de escala). Observa-se que os quatro símbolos da constelação 4-QAM têm o mesmo nível de energia, enquanto para 16-QAM, 64-QAM ou constelações maiores há diferentes níveis de energia para os diversos símbolos, embora a média de todos os símbolos da mesma constelação (16-QAM, 64-QAM, ...) mantenha-se com o mesmo valor dos símbolos da constelação 4-QAM. Desta forma, a rede secundária não prejudicará o funcionamento da rede primária, pois a potência de transmissão ficará limitada no máximo ao valor da potência de interferência já aceita pelo sistema primário (4-QAM).

Para contornar o problema do aumento da probabilidade de *outage* da rede secundária, este trabalho propõe um sistema em que o limiar de *SINR* seja maior para constelações maiores ($\beta_m > \beta_1$), em que β_1 é o valor do limiar de *SINR* para a constelação mais simples (4-QAM), tornando mais rigoroso o critério para aceitar uma transmissão com sucesso. Sendo assim, a taxa de erros poderá ser mantida constante, apesar do aumento da probabilidade de *outage* da rede secundária. Deve-se observar que numa rede do tipo melhor esforço, o fato de haver maior probabilidade de *outage* não é uma restrição grave para o desempenho do sistema.

Ainda que o limiar para transmissão com sucesso *SINR* para sistemas operando com ordens de modulação superiores a 4 – QAM seja maior, causando aumento de pro-

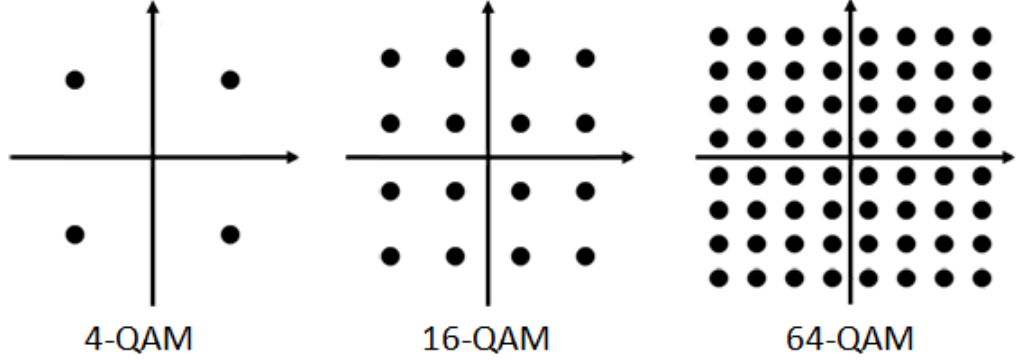


Figura 2.3: Símbolos de Constelação M-QAM para o sistema proposto neste trabalho

babilidade de *outage*, pode ser possível melhorar o desempenho da rede secundária se a avaliação for feita a partir de outras métricas, como capacidade de transmissão e capacidade de transporte, definidas respectivamente nas Equações (2.23) e (2.24). Isto será avaliado ainda neste capítulo.

2.3.1 Desvanecimento de Rayleigh em Sistemas M-QAM

No cenário usado neste trabalho, supõe-se que todos os nós usam modulação M-QAM com a mesma eficiência espectral e fator de modulação m , em que $M = 4^m$. A probabilidade de erro de bit para modulação 4-QAM (β_1) ou modulação M-QAM (β_m) em canal *AWGN* sujeito ao desvanecimento de Rayleigh [44] é calculada por:

$$P_b^{Ray} = \frac{1}{\log_2 \sqrt{M}} \sum_{q=1}^{\log_2 \sqrt{M}} P_b^{Ray}(q), \quad (2.27)$$

em que

$$P_b^{Ray}(q) = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{\zeta=1}^{(1-2^{-q})\sqrt{M}-1} (-1)^{\lfloor \frac{\zeta \cdot 2^{q-1}}{\sqrt{M}} \rfloor} \times \left(2^{q-1} - \left\lfloor \frac{\zeta \cdot 2^{q-1}}{\sqrt{M}} + \frac{1}{2} \right\rfloor \right) \times \left[1 - \frac{\sqrt{\frac{3(2\zeta+1)^2 \log_2 M}{2(M-1)} \frac{E_b}{N_0}}}{\sqrt{\frac{3(2\zeta+1)^2 \log_2 M}{2(M-1)} \frac{E_b}{N_0}} + 1} \right], \quad (2.28)$$

em que q é o fator de modulação considerado.

2.3.2 Limiar para Probabilidade de *Outage* da Rede Secundária com Ajuste de Eficiência Espectral

A Figura 2.4 mostra as curvas de taxa de erro de bit em função do limiar para transmissão com sucesso β para sistema M -QAM de um só enlace sem interferência para algumas ordens de modulação M . Os valores foram, calculados conforme a Equação (2.28), em que o número de bits da constelação é sempre par (constelações M-QAM na forma $M = 4^m$). Deve-se observar que ao se mudar a ordem de modulação do nível M_n QAM para

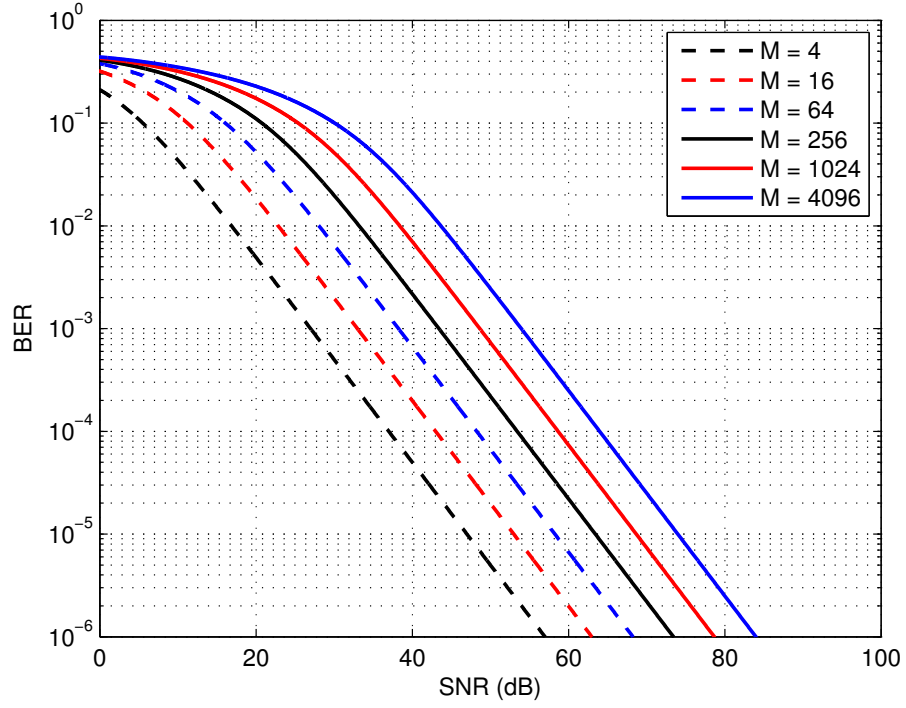


Figura 2.4: Taxa de erro de bit em função do limiar $SINR = \beta$ para sistema sujeito ao desvanecimento de Rayleigh conforme a Equação (2.28).

o nível imediatamente acima $M_{n+1}QAM$ mantendo a potência de transmissão e exigindo o mesmo desempenho para a taxa de erro de bit, o limiar necessário para transmissão com sucesso deve aumentar 6 dB (2.27) [44] para cada incremento de fator de modulação m . Sendo assim, quando a ordem de modulação aumenta mantendo constante a potência de transmissão, o limiar $\beta_m > \beta_1$ deverá aumentar aproximadamente 6 dB para cada incremento do fator de modulação m . Como resultado, a taxa de erro de bit será mantida constante, mesmo com o aumento de probabilidade de *outage*.

O aumento de 6 dB equivale a uma multiplicação por quatro vezes o valor de β_1 . Supõe-se que o sistema do *cenário original* seja o mais simples (ou seja, 4-QAM), em que $SNR = \beta_1$, e que no *cenário modificado* o fator de modulação da rede secundária seja ajustado para um valor genérico m , em que $M = 4^m$. Para a taxa de erro de bit mantenha-se constante, a relação entre o limiar final β_m e o inicial β_1), deve ser:

$$\beta_m = 4^{m-1} \beta_1. \quad (2.29)$$

em que o índice 1 refere-se ao fator de modulação $m = 1$, no sistema 4-QAM.

Esta relação entre os limiares de probabilidade de *outage* (2.29) será usada nas análises de desempenho apresentadas na sequência.

2.4 Cenários Modificados da Rede Secundária

Esta seção apresenta os cenários nos quais se podem ajustar os parâmetros da rede secundária de forma a obter melhor desempenho sem prejuízo da operação da rede primária.

2.4.1 Tipos de Cenários Modificados da Rede Secundária

Serão analisados diversos cenários modificados: inicialmente são verificadas condições de ajuste de um único parâmetro (fator de modulação, distância de enlace), ou mais de um, se a relação entre eles for mantida fixa (densidade de nós juntamente com a potência de transmissão), definidos como ajustes *simples*:

1. Ajuste de Eficiência Espectral (através do fator de modulação), conforme apresentado na Seção 2.3: ainda neste capítulo será demonstrado que dependendo do valor dos demais parâmetros do sistema secundário, é possível obter ganho de capacidade de transmissão ajustando-se a eficiência espectral secundária, ou seja, alterando a ordem de modulação utilizada. A variável de interesse é o fator de modulação m , que define a ordem de modulação $M = 4^m$.
2. Ajuste de Densidade e Potência de Nós: no Capítulo 3 será analisado o cenário em que se altera a densidade de nós e a potência de transmissão dos usuários secundários, sob a condição de manter fixa a interferência sobre os usuários primários.
3. Ajuste de Distância de Enlace: no Capítulo 4 será analisado o cenário em que se altera a distância de enlace dos usuários secundários, o que causa mudança na probabilidade de sucesso sem resultar em qualquer impacto na interferência sobre os usuários primários. Esta métrica avalia a dificuldade de transmitir dados em função da distância.

Os ajustes de parâmetros *simples* da rede secundária permitem alterar o desempenho da rede. Se forem ajustadas a densidade e a potência, ou somente a distância, é possível melhorar a capacidade de transmissão ou de transporte, respectivamente. Já o ajuste da eficiência espectral pode melhorar ou piorar este desempenho, dependendo dos valores dos parâmetros da rede, conforme será mostrado na Seção 2.5.

Porém o ajuste de eficiência espectral, se feito juntamente com alteração adequada da densidade (e potência) ou da distância de enlace, garante aumento de capacidade da rede secundária em grau maior do que o obtido somente com ajuste de densidade (e potência) ou distância de enlace, isoladamente. Este resultado é independente dos valores numéricos dos demais parâmetros fixos da rede, lembrando que estes ajustes devem ser feitos sempre mantendo fixa a interferência causada sobre os usuários primários. Estes novos cenários são obtidos fazendo-se ajustes modificados *compostos* de parâmetros:

1. Ajuste conjunto de eficiência espectral e densidade/potência de nós, que será analisado no Capítulo 3.
2. Ajuste conjunto de eficiência espectral e da distância de enlace dos usuários secundários, que será analisado no Capítulo 4.

Deve-se observar que os ajustes de parâmetros da rede secundária são feitos em função do valor inicial destes parâmetros, e não em termos absolutos. Isto permite a análise do sistema independentemente dos valores específicos destes parâmetros, já que os obtidos para o *cenário modificado* resultam de variações dos parâmetros do *cenário original* em que a rede primária e a secundária compartilham espectro de forma satisfatória para ambas (os usuários secundários não prejudicam a operação dos usuários primários).

A seguir, verifica-se o impacto da mudança da relação sinal sobre interferência mais ruído de um sistema cognitivo em que a eficiência espectral aumenta. Considera-se o cenário de uma rede primária compartilhando recursos com uma rede secundária com a modulação mais simples (4-QAM), em que a interferência causada pelos transmissores secundários é tolerada pela rede primária.

2.4.2 Avaliação da Probabilidade de Sucesso da Rede Secundária com Ajuste de Eficiência Espectral

A análise da interferência leva em conta dois conjuntos independentes de sinais interferentes Π_p e Π_s sobre um receptor sem fio sujeito a desvanecimento de Rayleigh, recebidos dos nós das redes primária e secundária, respectivamente. Neste cenário, a probabilidade de transmissão com sucesso de um enlace direto entre dois nós é igual ao produto das transformadas de Laplace da interferência agregada de Π_p e Π_s , ambas calculadas para o ponto de interesse $s = \frac{\beta r_i^\alpha}{\rho_i}$ [12, 20, 25].

Num sistema secundário operando com o sistema de modulação mais simples, 4-QAM, em presença da rede primária definida pelo PPP Π_p , a probabilidade de sucesso de um sistema secundário com modulação 4-QAM é expressa como:

$$P_1^{suc} = \exp \left\{ -2\pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] - \frac{\beta_1 N_0}{\rho_1 r_1^{-\alpha}} \right\} \quad (2.30)$$

em que λ_p e ρ_p são, respectivamente, a densidade de nós e a potência de transmissão dos nós da rede sem fio primária que compartilha o mesmo espectro da rede 4-QAM secundária analisada (fator de modulação $m = 1$).

Se a rede secundária aumenta somente sua eficiência espectral de 4-QAM para M-QAM ($M = 4^m$), sendo $m > 1$, sem alterar a potência de transmissão ρ_1 para que sua interferência sobre o usuário primário não seja alterada, a nova probabilidade de sucesso passa a ser:

$$P_m^{suc} = \exp \left\{ -2\pi \kappa r_m^2 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] - \frac{4^{(m-1)} \beta_1 N_0}{\rho_m r_m^{-\alpha}} \right\} \quad (2.31)$$

Comparando-se as probabilidades de sucesso antes (2.30) e depois do ajuste de eficiência espectral (2.31), observa-se que a probabilidade de *outage* sempre aumenta quando se aumenta o fator de modulação m :

$$\frac{P_m^{suc}}{P_1^{suc}} < 1. \quad (2.32)$$

Isto ocorre porque para $\alpha > 2$ e $m > 1$,

$$\begin{aligned} 1 - 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} &< 0 \\ 1 - 4^{(m-1)} &< 0. \end{aligned} \quad (2.33)$$

2.4.3 Sistema Mais Sujeito à Interferência: Métricas de Desempenho

Conforme mostrado na Equação (2.19), a interrupção de serviço de um enlace sem fio (*outage*) ocorre se $SINR < \beta$. Como o sinal recebido é modelado conforme $\rho r^{-\alpha}$, a probabilidade de *outage* é função da interferência e do ruído térmico. No entanto, para a maior parte dos enlaces sem fio a intensidade de interferência é muito superior à do ruído, e por esta razão neste trabalho considera-se somente a interferência para os cálculos de desempenho.

A seguir são apresentadas as expressões para as métricas utilizadas para avaliação de desempenho neste trabalho. Os transmissores secundários não podem melhorar seu desempenho simplesmente aumentando a potência de transmissão, já que isto acentua o efeito da interferência nos demais usuários. A probabilidade de *outage* de um sistema com modulação 4-QAM limitado por interferência (sem considerar ruído) é dada por

$$P_1^{suc} = \exp \left[-2\pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (2.34)$$

Para o sistema com eficiência espectral M-QAM, em que $M = 4^m$, com a mesma potência de transmissão ρ_1 , a probabilidade de *outage* sem levar em conta o ruído é:

$$P_m^{suc} = \exp \left[-2\pi \kappa r_m^2 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (2.35)$$

e a probabilidade de probabilidade de *outage* do sistema secundário com eficiência espectral M -QAM será:

$$P_m^{out} = 1 - \exp \left[-2\pi \kappa r_m^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right] \quad (2.36)$$

Como já mencionado, a probabilidade de *outage* sempre piora com o aumento de m , portanto a melhoria de desempenho é indicada por outras métricas, tais como capacidade de transmissão (2.14), calculado a seguir para sistema secundário com eficiência espectral M -QAM usando o resultado obtido na Equação (2.35):

$$\begin{aligned} C_m &= R \lambda (1 - P_m^{out}) = 2 B m \lambda (1 - P_m^{out}) \\ &= 2 m B \lambda_m \exp \left\{ -2 \pi \kappa r_m^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.37)$$

A Figura 2.5, mostra a variação da capacidade de transmissão (2.37) em função do fator de modulação m , utilizando os parâmetros apresentados na Tabela 2.1. Observar

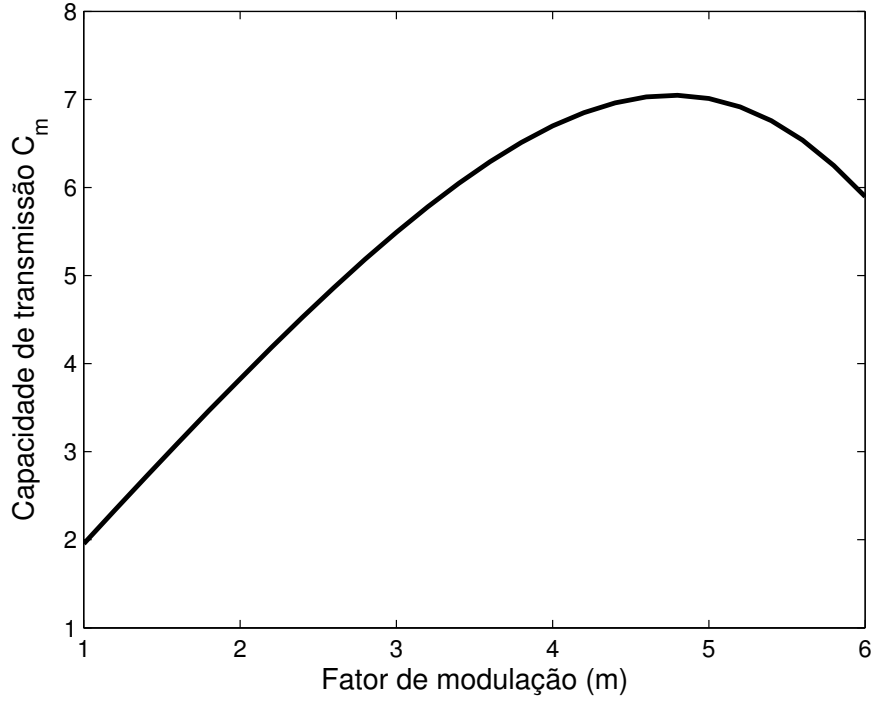


Figura 2.5: Variação da capacidade de transmissão do cenário modificado com ajuste de eficiência espectral conforme a Equação (2.37).

que os valores de parâmetros deste exemplo permitem obter um fator de modulação para o qual se consegue a máxima capacidade de transmissão. Porém este resultado depende dos valores dos parâmetros usados, e não garante que é possível obter um valor para capacidade máxima. Isto será confirmado na próxima seção, através de demonstrações analíticas.

Outra métrica de interesse para a análise de desempenho é a capacidade de transporte, que é dada por:

$$\begin{aligned} \Upsilon_m &= r_m C_m = 2 B m \lambda r_m (1 - P_m^{out}) \\ &= 2 m B r_m \lambda_m \exp \left\{ -2\pi \kappa r_m^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

A Figura 2.6 mostra a variação da capacidade de transporte (2.38) em função do fator de modulação m , utilizando os parâmetros apresentados na Tabela 2.1. Os resultados para probabilidade de sucesso (2.35), probabilidade de *outage* (2.36), capacidade de transmissão (2.37) e capacidade de transporte (2.38) serão utilizados na análise de desempenho com mudanças de parâmetros do Capítulo 3 e no Capítulo 4.

Foi visto que o aumento da eficiência espectral com potência de transmissão fixa leva o sistema a ter maior probabilidade de *outage*. Apesar disso, pode haver melhora de desempenho se o objetivo for o número de bits transmitidos por segundo na rede como um todo, o que é medido pelas demais métricas, como capacidade de transmissão e capacidade de transporte.

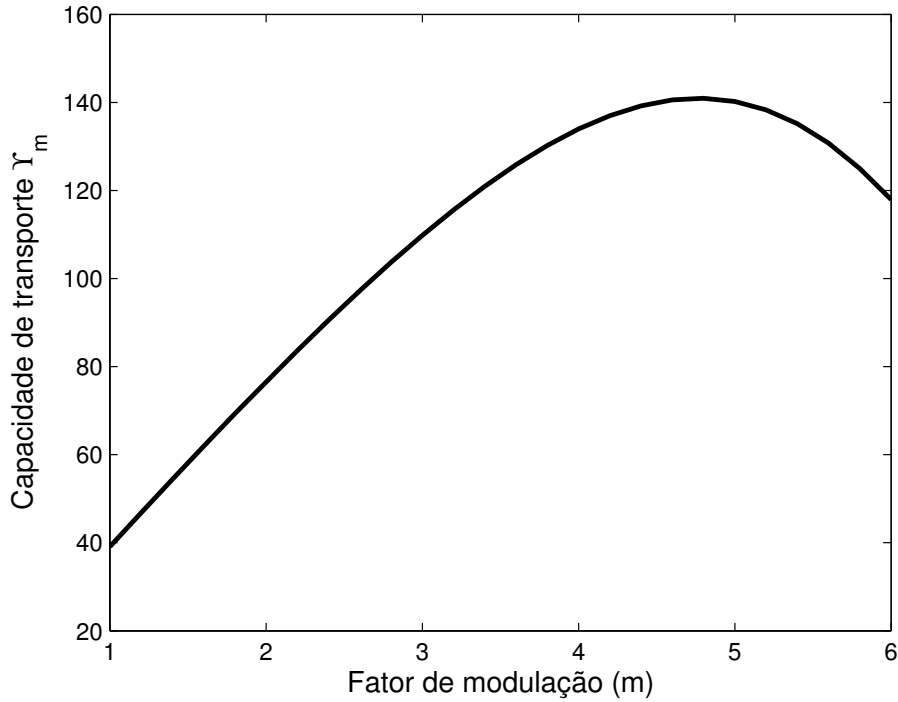


Figura 2.6: Variação da capacidade de transporte do cenário modificado com ajuste de eficiência espectral conforme a Equação (2.38).

2.5 Análise de Desempenho com Aumento de Eficiência Espectral

Esta seção analisa as métricas de interesse para avaliar o desempenho do sistema cognitivo. O primeiro cenário modificado analisado é o que muda apenas a ordem de modulação (Ajuste *Simples*, definido na Seção 2.4.1).

Para que o aumento da eficiência espectral não resulte em diminuição da capacidade de transmissão e na capacidade de transporte, a diminuição da probabilidade de sucesso deve ser compensada pelo aumento do número de bits do símbolo transmitido N_b . Sendo assim, a melhora de desempenho de capacidade através do aumento da eficiência espectral será viável (conforme o exemplo da Figura 2.5) ou inviável, dependendo dos valores dos demais parâmetros do sistema cognitivo. Este aspecto é detalhado a seguir.

2.5.1 Máxima Capacidade com Ajuste *Simples* de Eficiência Espectral

O sistema proposto, em que o limiar de probabilidade de *outage* cresce com o aumento de modulação, resulta em desempenho inferior para a probabilidade de *outage* da rede secundária se for uma ação isolada (sem alterar outros parâmetros). A seguir será verificado se é possível obter melhor desempenho quando se consideram outras duas métricas: capacidade de transmissão e capacidade de transporte.

Estas métricas são função da probabilidade de *outage*, que por sua vez depende da interferência calculada nos pontos pertencentes ao processo pontual de Poisson e dos diversos parâmetros das redes primária e secundária (densidades, potências de transmissão, expoente de perda de percurso, limiar de transmissão com sucesso e distância de enlace). Em redes sem ajuste de modulação, a interferência atua conforme o argumento da função exponencial (2.34), enquanto se houver ajuste de modulação, a interferência é função do argumento da exponencial da Equação (2.35), que inclui a variação de β devido ao ajuste do fator de modulação.

Para simplificar os cálculos necessários à análise das redes secundárias apresentadas neste trabalho, que podem ajustar parâmetros para melhorar seu desempenho, definem-se as seguintes igualdades:

- Fator de capacidade de transmissão χ_0 :

$$\chi_0 = 2 B \lambda_1 \quad (2.39)$$

- Fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral *FISM* χ_1

$$\chi_1 = 2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right], \quad (2.40)$$

- Fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral *FICM* χ_2

$$\chi_2 = 2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{-2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right], \quad (2.41)$$

- Fator de expoente de perda de percurso χ_3

$$\chi_3 = \frac{2}{\alpha} \quad (2.42)$$

- e fator de capacidade de transporte χ_4 :

$$\chi_4 = 2 B \lambda_1 r_1. \quad (2.43)$$

Verifica-se a seguir se existe algum ponto de máximo para as capacidades de transmissão e de transporte da rede secundária. Supondo-se que o único parâmetro variável seja a eficiência de modulação, e lembrando que em sistemas de maior eficiência espectral $m > 1$, o limiar *SINR* é calculado conforme a Equação (2.29). Reescreve-se a capacidade de transmissão (2.37) para o sistema com maior eficiência espectral como:

$$C_m = \chi_0 m \exp[-\chi_2 4^{x_3 m}], \quad (2.44)$$

e para a capacidade de transporte (2.38) como:

$$\Upsilon_m = \chi_4 m \exp(-\chi_2 4^{x_3 m}), \quad (2.45)$$

Observar que a diferença entre (2.44) e (2.45) é a mesma entre os parâmetros χ_0 e χ_4 , e portanto o valor de m para máxima capacidade de transmissão ou transporte será o mesmo. Por esta razão o problema será analisado em termos da capacidade de transmissão, sendo seus resultados estendidos para a capacidade de transporte.

2.5.2 Definição do Problema: Aumento de Capacidade da Rede Secundária Ajustando m

Supõe-se um sistema cognitivo operando na configuração de *cenário original*, tal como descrito na Seção 2.2.1. O sistema secundário pode ajustar sua eficiência espectral, enquanto todos os demais parâmetros são mantidos fixos. Observar que esta alteração deve ser feita de forma a não causar nenhum impacto sobre a operação do usuário primário.

Pode-se definir o problema da maximização da capacidade de transmissão secundária como:

$$\begin{aligned} & \underset{m}{\text{maximizar}} && C_m \\ & \text{sujeito a} && m > 1. \end{aligned} \quad (2.46)$$

O problema da maximização da capacidade de transporte secundária é definido de forma análoga como:

$$\begin{aligned} & \underset{m}{\text{maximizar}} && \Upsilon_m \\ & \text{sujeito a} && m > 1. \end{aligned} \quad (2.47)$$

A semelhança do problema de maximização das duas métricas deve-se ao fato da diferença entre elas ser a multiplicação pela distância de enlace, que é fixa neste cenário.

2.5.3 Valor de m para Máximas Capacidades de Transmissão e de Transporte

O valor do fator de modulação que permite obter a maior capacidade de transmissão considerando-se apenas a interferência é calculado buscando a raiz da derivada de primeira ordem da Equação (2.44), conforme segue:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dm} C_m &= \frac{d}{dm} \chi_0 m \exp(-\chi_2 4^{\chi_3 m}) \\ &= \chi_0 \exp[-\chi_2 4^{\chi_3 m}] (1 - m \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m}) = 0 \end{aligned} \quad (2.48)$$

que fornece como resultado o fator de modulação:

$$\begin{aligned} 1 &= m \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m} \\ m^* &= \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W\left(\frac{1}{\chi_2}\right), \end{aligned} \quad (2.49)$$

em que $W(\cdot)$ denota a função de Lambert ¹.

De forma análoga, calcula-se o valor do fator de modulação que permite obter a maior capacidade de transporte considerando-se apenas a interferência buscando a raiz da derivada de primeira ordem de (2.45), que resulta no mesmo fator de modulação obtido na Equação (2.49). Observar que o fator de modulação para melhor métrica de capacidade (de transmissão ou de transporte) é função de χ_2 (Fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral *FICM*), e portanto depende de vários parâmetros do sistema.

Deve-se lembrar que o resultado obtido na Equação (2.49) é o fator de modulação, e portanto deve ser aproximado para o valor inteiro mais próximo, pois corresponde à

¹A função de Lambert $W(x)$ resolve a equação $y \exp(y) = x$ para y , i.e., $y = W(x)$

ordem de modulação M -QAM, em que $M = 4^m$. Além disso, este resultado deve ter valor superior à unidade ($m > 1$):

$$m_\nu^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\chi_2} \right) \right\rfloor \geq 1 \quad (2.50)$$

em que $\lfloor x \rfloor$ é o número inteiro mais próximo de x e o índice ν indica que o valor m_ν^* é inteiro.

Substituindo-se os termos da Equação (2.50) pelos parâmetros da rede secundária, obtém-se o fator de modulação para máxima capacidade:

$$m_\nu^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}} \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right) \right\rfloor \geq 1 \quad (2.51)$$

A partir da Equação (2.51) e lembrando que $4^{\frac{1}{\ln(4)}} = \exp(1)$, obtém-se o valor da capacidade de transmissão teórica máxima para o sistema com ajuste de modulação, calculada com m^* real obtido na Equação (2.49) :

$$C_m^* = \underbrace{2 B \lambda_1}_{\chi_0} \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\chi_2} \right) \exp \left[-\chi_2 \exp \left(W \left(\frac{1}{\chi_2} \right) \right) \right] \quad (2.52)$$

e da capacidade de transporte máxima:

$$\Upsilon_m^* = \underbrace{2 B \lambda_1 r_1}_{\chi_4} \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\chi_2} \right) \exp \left[-\chi_2 \exp \left(W \left(\frac{1}{\chi_2} \right) \right) \right] \quad (2.53)$$

em que χ_2 é dado por (2.41).

2.5.4 Busca de Capacidade Máxima Considerando $m > 1$ e Inteiro

Como observado na Equação (2.50), o fator de modulação que resulta em capacidade máxima deve ser inteiro superior à unidade e é função de $FICM$ χ_2 e do expoente de perda de percurso α . Como $\alpha > 2$, a Equação (2.50) que define m_ν^* em função de α é monotônica decrescente, e seu resultado fornece valores superiores à unidade somente para pequenos valores de χ_2 (que têm um limitante máximo de ≈ 0.2). Para verificar se a capacidade com aumento de eficiência espectral é superior à capacidade do sistema original, faz-se:

$$\begin{aligned} \frac{C_m}{C} &\geq 1 \\ &= \frac{\chi_0 m \exp \left(-\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m} \right)}{\chi_0 \exp \left(-\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} \right)} \geq 1 \\ &= m \exp \left(\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} - \chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m} \right) \geq 1 \end{aligned} \quad (2.54)$$

que é a condição necessária para aumento de capacidade (de transmissão ou de transporte) do sistema que aumenta sua eficiência espectral de 4-QAM para M-QAM, sendo $M = 4^m$.

Observa-se que o fator de modulação m que permite capacidade máxima só é viável se m for um número inteiro maior do que a unidade, e que depende do valor de todos os parâmetros do sistema, expressos pelo *FICM* χ_2 (parâmetro que é função da distância de enlace, densidade de nós primários e secundários, potência de transmissão primária e secundária e limiar de transmissão com sucesso, além do expoente de perda de percurso).

Para avaliar qual combinação de parâmetros permite obter maiores vantagens com a adaptabilidade cognitiva da rede secundária, e lembrando que $\alpha > 2$, pode-se usar a Equação (2.54) para verificar como varia a capacidade de transmissão em função do *FICM* χ_2 para alguns valores de m . Observa-se que não há ponto crítico da função capacidade quando se varia m , embora seja possível aumentar a capacidade com o aumento do fator de modulação m (α é suposto constante). Observa-se igualmente que há um limitante superior para χ_2 , acima do qual não se consegue aumento de capacidade aumentando o fator de modulação m . Portanto, para fatores de modulação ($m > 1$) só há ganho de capacidade até um certo valor de χ_2 que será tanto menor quanto maior for o fator de modulação empregado.

Este resultado pode ser observado na Figura 2.7, que apresenta a relação entre as capacidades de transmissão com ajuste e sem ajuste de eficiência espectral. Há ganho de capacidade para os pontos de operação situados acima da linha pontilhada ($C_m/C = 1$). A Figura 2.7 mostra também que ainda que embora não haja um fator de modulação definido que resulte na capacidade máxima, há valores do parâmetro *FICM* χ_2 para os quais a capacidade obtida com aumento de eficiência espectral é maior do que a capacidade do sistema original. Conclui-se que quanto maior o fator de modulação, maior pode ser a capacidade, porém menor pode ser o valor máximo de χ_2 para que haja ganho de capacidade (resultado da razão entre capacidades superior à unidade). Estes resultados são os mesmos independentemente do valor de α , supondo que $\alpha > 2$ e que é o mesmo para o sistema original (sem ajuste) e o sistema que aumenta a eficiência espectral.

A relação entre as capacidades de transporte com ajuste espectral e sem ajuste é a mesma da obtida para a capacidade de transmissão na Equação 2.54, já que a diferença entre estas métricas é a multiplicação pela distância de enlace.

2.5.5 Alternativas para Melhora de Desempenho da Rede Secundária

Com a finalidade de buscar um desempenho ainda melhor do que o obtido com o fator de modulação (2.50), cogitou-se analisar se a mudança de outros parâmetros da rede secundária poderiam permitir obtenção de métricas melhores. Isto deve ser feito mantendo a condição de que a rede secundária deve operar de maneira oportunista, sem prejudicar a rede primária. Analisando-se o modelo de interferência dos rádios secundários sobre os receptores primários, observa-se que há dois cenários de interesse em que outros parâmetros secundários podem ser ajustados sem alterar a interferência:

- Redes secundárias que se adaptam à densidade de usuários (ou seja, mais ou menos usuários secundários tentam acesso ao sistema); se a potência de transmissão

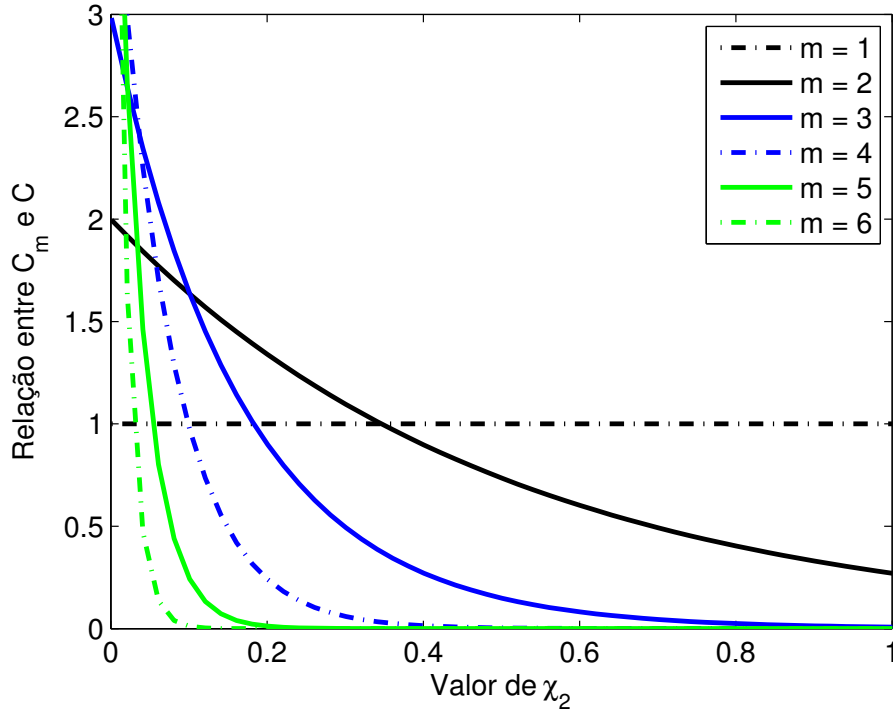


Figura 2.7: Variação da relação entre a capacidade de transmissão com ajuste de eficiência espectral C_m e a capacidade de transmissão sem ajuste C , em função do $FICM$ χ_2 (fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral), para vários valores de m , conforme a Equação (2.54), sendo $\alpha = 4$.

secundária for alterada convenientemente (de forma a não causar aumento de interferência sobre os usuários primários), pode ser possível obter maior capacidade de transmissão para o conjunto dos usuários secundários.

- Redes secundárias que se adaptam à distância de enlace entre o transmissor secundário e seu receptor: quando a distância é menor, há maior probabilidade de sucesso na transmissão.

Estes dois cenários serão analisados na sequência deste trabalho, sempre respeitando a condição de manter fixa a interferência sobre os usuários primários. O Capítulo 3 apresenta os resultados de desempenho de uma rede secundária em que a densidade de nós e a potência de transmissão são ajustadas simultaneamente e o Capítulo 4 mostra o caso da rede secundária que se adapta às variações de distância de enlace entre transmissores e receptores secundários. Depois de analisar o desempenho das redes que se ajustam às variações de densidade/potência ou distância, verifica-se qual é o desempenho de redes que possam variar simultaneamente a eficiência espectral juntamente com a densidade/potência ou a distância de enlace.

2.6 Conclusão

Este Capítulo apresentou o modelo utilizado na literatura para análise de redes de rádios cognitivos, a partir do qual foi derivado o sistema analisado neste trabalho. Uma rede primária de múltiplos usuários com densidade de nós λ_p opera em determinada região utilizando determinada faixa de frequência. Uma rede secundária com densidade de nós λ_s compartilha o espectro simultaneamente na mesma região geográfica, buscando melhora de desempenho na transmissão oportunista de seus dados, desde que sua interferência sobre os usuários primários possa ser considerada como ruído pela rede primária. Os rádios primários têm prioridade para o acesso ao espectro e ignoram a presença da rede secundária.

Propõe-se aumentar a eficiência espectral da rede secundária, de forma a obter maior capacidade, porém sem aumentar a potência de transmissão. Observou-se que se todos os demais parâmetros forem fixos, o aumento de modulação leva o sistema a sofrer maior probabilidade de *outage*. Entretanto, isto não significa que o desempenho piore incondicionalmente, já que mesmo com aumento da probabilidade de *outage*, é possível obter aumento na capacidade de transmissão e de transporte, dependendo do valor de outros parâmetros do sistema.

Como o aumento da eficiência espectral isoladamente não assegura uma melhora significativa de desempenho, neste trabalho busca-se verificar se o efeito da variação conjunta da eficiência espectral com outros parâmetros da rede secundária poderia resultar na certeza de desempenho melhor do sistema secundário. Analisando as equações que definem as métricas, nota-se que se algum outro parâmetro de sistema (além da eficiência espectral) também variar, é possível obter melhor desempenho em todas as métricas apresentadas.

Esta possibilidade será analisada no Capítulo 3 (em que a densidade de nós e a potência secundária podem variar) e no Capítulo 4 (em que a distância de enlace pode variar). Será demonstrado que, apesar do aumento da probabilidade de *outage* com aumento da eficiência espectral, o uso combinado do ajuste do fator de modulação m com outros parâmetros garante melhoria do desempenho da rede secundária, e sem prejudicar a operação dos usuários primários.

Capítulo 3

Maximização de Capacidade de Transmissão com Adaptação à Densidade e Potência de Nós Secundários

O Capítulo 2 apresentou o modelo tipicamente usado para análise de redes cognitivas de múltiplos usuários primários e secundários, e a proposta apresentada neste trabalho, na qual os transmissores secundários podem mudar sua eficiência espectral sem que isto aumente a interferência sobre os usuários primários. Para isto, sua potência de transmissão é mantida fixa. O modelo supõe transmissão sujeita a perda de percurso e desvanecimento de Rayleigh para facilidade de cálculo da probabilidade de *outage*. Observou-se que ajustar isoladamente a eficiência espectral da rede secundária com a finalidade de obter aumento na capacidade de transmissão tem o efeito colateral de aumentar também a probabilidade de *outage* dos enlaces secundários. Além disso, o aumento de capacidade de transmissão não é assegurado, sendo dependente dos valores estabelecidos para outros parâmetros da rede no *cenário original*.

Este capítulo apresenta o cenário em que se busca otimização da capacidade de transmissão através da mudança conjunta da densidade de nós e da potência de transmissão da rede secundária (a relação entre densidade e potência será apresentada na Seção 3.1.1). Depois de avaliar se apenas este ajuste permite melhorar a capacidade de transmissão, verifica-se se o efeito do ajuste de densidade de nós e potência de transmissão secundária simultaneamente com o ajuste de eficiência espectral permite melhoria adicional no desempenho. A métrica de interesse nesta análise é a capacidade de transmissão, definida pela Equação (2.23). Será demonstrado que se outros parâmetros forem ajustados juntamente com a eficiência espectral, a melhoria de desempenho será garantida.

3.1 Ajuste Simples de Densidade de Nós e Potência de Transmissão da Rede Secundária

O primeiro aspecto analisado neste capítulo é a adaptação do sistema à densidade de nós secundários, a ser feito simultaneamente com o ajuste da potência de transmissão secundária. A variação da densidade de nós da rede acontece quando há mudança na

demanda de usuários secundários tentando acesso à transmissão de dados. Isto significa que o número de terminais ativos por unidade de área não é um parâmetro fixo, e quanto mais usuários estão operando, maior é a densidade da rede (maior demanda); e menos usuários transmitindo dados significa uma densidade menor de rede secundária.

3.1.1 Relação de Compromisso entre Parâmetros Ajustáveis Densidade e Potência

Supõe-se um sistema cognitivo operando como descrito no *cenário original* da Seção 2.2.1. Sabe-se que a rede secundária não pode aumentar a interferência causada à rede primária, cuja probabilidade de *outage* é descrita pela Equação (2.20), aqui repetida para evidenciar a componente de interferência causada pelos usuários secundários sobre os primários:

$$P_p^{out} = 1 - \exp\left(\frac{\beta_p N_0 r_p^\alpha}{\rho_p}\right) \exp\left[\underbrace{-2 \pi \kappa r_p^2 \beta_p^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_p + \lambda_s \left(\frac{\rho_s}{\rho_p}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right)}_{\text{Interferência}}\right] \quad (3.1)$$

Pode-se observar que os parâmetros secundários que influenciam a interferência causada aos usuários primários são a densidade de nós λ_s e potência de transmissão ρ_s :

$$\lambda_s \times (\rho_s)^{\frac{2}{\alpha}}. \quad (3.2)$$

Isto significa é possível que a densidade de nós secundários λ_s seja modificada sem que haja alteração da interferência causada aos usuários primários, desde que a potência de transmissão secundária ρ_s varie de forma a manter constante o resultado da Equação (3.2).

3.1.2 Definição do Problema: Maximizar Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade de Nós e Potência de Transmissão

Neste cenário, a ordem de modulação é mantida constante, e portanto $m = 1$. Usando a relação apresentada na Equação (3.2), pode-se redefinir o problema da maximização da capacidade de transmissão como:

$$\begin{aligned} & \underset{\sigma}{\text{maximizar}} && C_\sigma \\ & \text{sujeito a} && \lambda_s > 0, \\ & && \rho_s > 0, \\ & && \lambda_s \times (\rho_s)^{\frac{2}{\alpha}} = \text{constante}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Isto significa que se a densidade de nós λ_s mudar de λ_a para λ_b , a interferência causada aos usuários primários será mantida constante se a potência de transmissão ρ_a variar de forma a respeitar a condição dada por (3.3). Define-se o parâmetro σ como:

$$\sigma = \left(\frac{\rho_b}{\rho_a}\right)^{\frac{2}{\alpha}} = \frac{\lambda_a}{\lambda_b} \quad (3.4)$$

Sendo assim, pode-se afirmar que se a densidade de nós mudar de λ_a para λ_b , estas duas densidades devem manter a seguinte proporção:

$$\lambda_b = \sigma \lambda_a, \quad (3.5)$$

enquanto a potência de transmissão secundária deve ser ajustada de forma que

$$\rho_b = \left(\frac{1}{\sigma}\right)^{\frac{\alpha}{2}} \rho_a, \quad (3.6)$$

para que a interferência causada pelos usuários secundários aos usuários primários seja mantida constante.

Embora o parâmetro σ relacione tanto as densidades quanto as potências dos dois cenários da rede secundária, neste trabalho σ é definido como *fator densidade*, já que a relação entre as densidades (antes e depois do ajuste de parâmetros) é linearmente proporcional a σ . A relação de compromisso entre densidade de nós e potência de transmissão da rede secundária é dada pela Equação (3.4), que define as condições de equilíbrio da operação da rede secundária e o compartilhamento com a rede primária.

A interferência causada pelos nós secundários à rede primária é controlada pelos parâmetros λ_s e ρ_s . No entanto, estes parâmetros controlam igualmente a capacidade de transmissão da rede secundária, e estão relacionados através do fator de densidade σ tal como mostra a Equação (3.4), não podendo ser ajustados separadamente. Portanto, o problema de maximização apresentado em (3.3) pode ser redefinido como

$$\begin{aligned} & \underset{\sigma}{\text{maximizar}} \quad C_{\sigma} \\ & \text{sujeito a} \quad \sigma > 0, \end{aligned} \quad (3.7)$$

significando que dada uma rede secundária com densidade de nós λ compartilhando espectro com uma rede primária, pode-se calcular a nova densidade necessária para obter capacidade de transmissão total máxima possível, sem modificar a interferência sofrida pelos usuários primários, desde que a nova potência de transmissão secundária seja ajustada conforme definido pela Equação (3.3), e que os demais parâmetros da rede mantenham-se constantes.

3.1.3 Resultado da Capacidade de Transmissão Ajustando σ

Esta análise tem início com a observação do *cenário original*, descrito na Seção 2.2.1, que supõe que o uso da modulação mais simples, 4-QAM. A seguir pode-se reescrever a expressão da capacidade de transmissão do usuário secundário levando em conta os novos parâmetros de rede secundária: a densidade de nós que é ajustada de λ_1 para λ_t e a potência de transmissão, ajustada de ρ_1 para ρ_t , conforme as Equações (3.5) e (3.6), respectivamente. Usando as Equações (2.15) (2.34), reescreve-se a capacidade de transmissão da rede secundária como:

$$\begin{aligned} C_{\sigma} &= 2 B \lambda_t \exp \left[-2 \pi \kappa r_s^2 \beta_t^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_t + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_t} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \\ &= 2 B \lambda_1 \sigma \exp \left[-2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \sigma \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.8)$$

pois β_1 , r_1 , α , ρ_p e λ_p são mantidos constantes.

Substituindo-se os termos da Equação (3.8) pelos parâmetros κ , χ_0 e χ_1 , definidos nas Equações (2.10), (2.39) e (2.40), respectivamente, a capacidade de transmissão C_σ (3.8) é:

$$C_\sigma = \chi_0 \sigma \exp[-\chi_1 \sigma], \quad (3.9)$$

Usando os parâmetros da Tabela 2.1, pode-se verificar em linhas gerais o comportamento da função capacidade de transmissão quando se ajusta somente o fator de densidade σ da Equação (3.8), conforme mostra a Figura 3.1

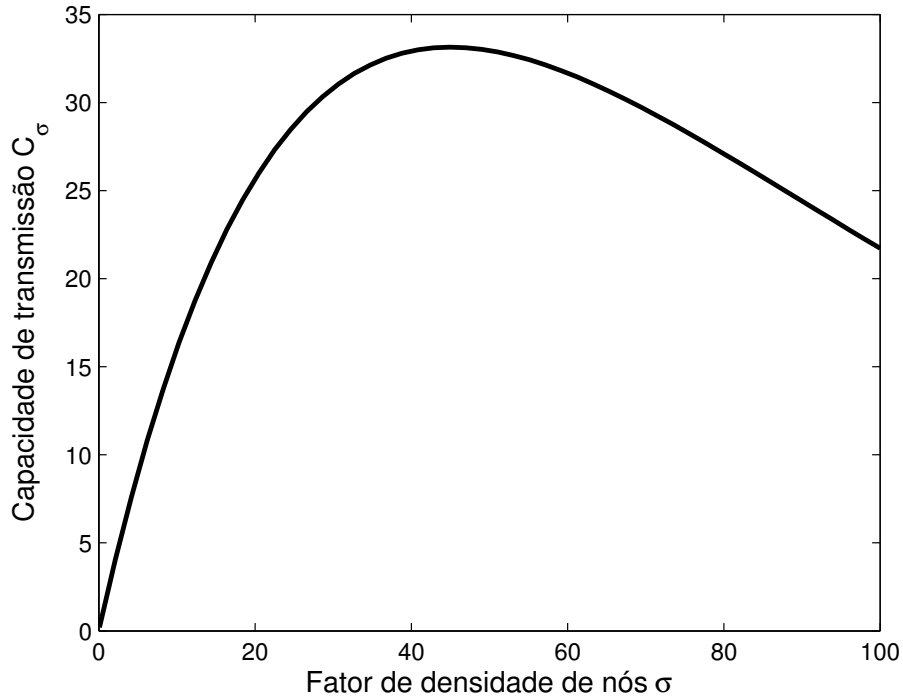


Figura 3.1: Capacidade de transmissão de sistema secundário com ajuste de σ conforme a Equação (3.8).

Para verificar se há um valor de fator densidade de nós ativos σ que permita obter a maior capacidade de transmissão secundária, calcula-se a raiz da derivada de primeira ordem de C_σ (3.9) em relação a σ :

$$\frac{d}{d\sigma} C_\sigma = \chi_0 \exp[-\chi_1 \sigma] (1 - \sigma \chi_1) = 0, \quad (3.10)$$

que é verificada para:

$$\sigma^* = \frac{1}{\chi_1}. \quad (3.11)$$

Substituindo-se o valor do ponto crítico obtido em (3.11) no resultado da derivada de segunda ordem da função que define a capacidade C_σ pode-se verificar se este é um

ponto de máximo ou de mínimo:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\sigma^2} C_\sigma &= \chi_0 \chi_1 \exp[-\chi_1 \sigma] (\sigma \chi_1 - 2) \\ &= -\chi_0 \chi_1 e^{-1}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Como (3.12) fornece um resultado negativo, o valor encontrado para σ^* na Equação (3.11) é um máximo relativo da função capacidade de transmissão C_σ ajustando a densidade/potência σ , sem ajuste de eficiência espectral. Substituindo-se este valor σ^* na Equação (3.9), obtém-se o valor máximo de capacidade de transmissão que pode ser obtido nestas condições:

$$C_\sigma^* = \frac{\chi_0}{\chi_1} \exp\left[-\frac{\chi_1}{\chi_1}\right] = \frac{\chi_0}{e \chi_1} \quad (3.13)$$

Substituindo os valores de χ_0 , χ_1 e κ na Equação (3.13), obtém-se o maior valor possível de capacidade de transmissão que se pode obter com o novo par λ_s, ρ_s , mantendo fixos os demais parâmetros da rede:

$$C_\sigma^* = \frac{B \lambda_1 \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{e \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}}\right)} \quad (3.14)$$

Portanto existe um fator σ dado pela Equação (3.11) que define o quanto se deve alterar a densidade de nós secundária e a potência de transmissão correspondente conforme a Equação (3.4), que permite obter máxima capacidade de transmissão na rede secundária dada pela Equação (3.14).

3.1.4 Ganho na Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade/ Potência de Nós

A seguir, analisa-se o quanto a capacidade de transmissão (3.13) pode aumentar com o ajuste do fator densidade de nós e de potência, conforme a Equação (3.2). A comparação deste resultado com o que seria obtido sem este ajuste na Equação (2.23) é feita calculando a relação entre estas duas capacidades de transmissão substituindo-se os parâmetros conforme χ_0 , χ_1 , χ_2 e κ . A relação entre as capacidades de transmissão obtidas é:

$$\frac{C_\sigma^*}{C} = \frac{\exp(\chi_1 - 1)}{\chi_1} \quad (3.15)$$

em que χ_1 (2.40) é denominado *FISM* (fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral), cujo valor é repetido aqui por conveniência:

$$\chi_1 = 2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right], \quad (3.16)$$

Observar que o valor de χ_1 depende de α e de outros parâmetros da rede primária (λ_p, ρ_p) e secundária (r_1). No caso do exemplo com os parâmetros da Tabela 2.1, seu valor é $\chi_1 = 0,022$.

Sabendo-se que χ_1 é um número positivo, pode-se observar como se comporta a função da relação entre as duas capacidades de transmissão (3.15) independentemente do valor de qualquer outro parâmetro de sistema, apenas fazendo variar o fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral $FISM \chi_1$ por toda a gama de valores positivos.

A Figura 3.2 mostra a variação da relação entre a capacidade de transmissão com ajuste de σ e sem este ajuste, em função do fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral $FISM \chi_1$ conforme obtido na Equação (3.15). Observa-se que há uma região de rápida variação para $\chi_1 < 1$, e que, diferentemente do que foi visto no Capítulo 2 (em que foram comparados cenários com ajuste de eficiência espectral e sem este ajuste), quando se permite ajustar o fator densidade de nós, a relação entre as capacidades de transmissão deste sistema modificado com ajuste de σ e a do *cenário original* é sempre maior ou igual à unidade para qualquer valor de $FISM \chi_1$. Ou seja, ajustar o σ (densidade e potência do secundário) é uma alternativa interessante para melhorar o desempenho, pois permite o aumento da capacidade de transmissão da rede secundária.

3.2 Adaptação à Densidade e Potência Juntamente com Ajuste de Eficiência Espectral

A análise de aumento de capacidade de transmissão de redes secundárias através de mudança da densidade de nós foi apresentada em [20], e em [11, 13, 14, 15] foram feitas análises da escalabilidade da capacidade de transmissão secundária em função da densidade de nós. Na Seção 3.1 observou-se que o ajuste da densidade de nós juntamente com a potência de transmissão dados pela Equação (3.4) podem resultar no aumento da capacidade de transmissão. Nesta Seção busca-se verificar se o ajuste simultâneo de eficiência espectral da modulação, de densidade de terminais e de potência de transmissão secundários permite melhorar ainda mais o desempenho desta rede, sem que os usuários primários percebam qualquer mudança na interferência sofrida por seus nós, e em que circunstância a capacidade de transmissão será máxima.

3.2.1 Definição do Problema: Aumentar Capacidade Transmissão Ajustando-se σ e m

Neste cenário, ajustam-se a eficiência espectral e o fator densidade de nós, alterando-se a densidade de nós e a potência de transmissão. Usando a relação apresentada na Equação (3.2), pode-se definir o problema da maximização da capacidade de transmissão como:

$$\begin{aligned} \underset{m, \sigma}{\text{maximizar}} \quad & C_{m\sigma} \\ \text{sujeito a} \quad & m \geq 1, \\ & \lambda_m > 0, \\ & \rho_m > 0, \\ & \lambda_m \times (\rho_m)^{\frac{2}{\alpha}} = \text{constante}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

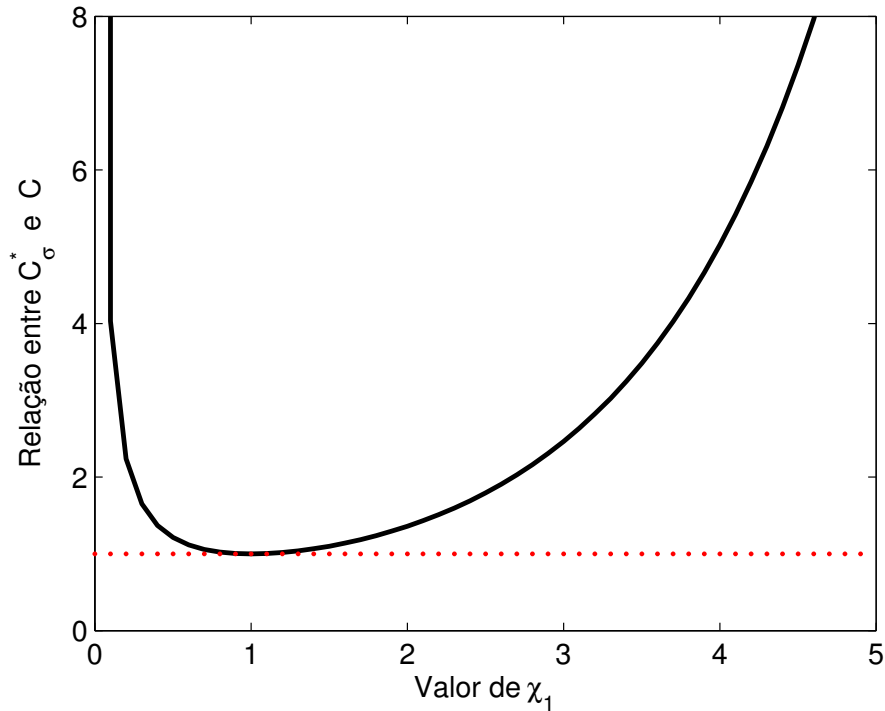


Figura 3.2: Variação da relação entre a capacidade de transmissão máxima C_σ^* usando ajuste de fator densidade de nós σ e a capacidade de transmissão sem ajuste C , em função do *FISM* χ_1 (fator de interferência da rede sem ajuste eficiência espectral), para vários valores de α , conforme a Equação (3.15).

Da mesma forma que verificado para o sistema sem ajuste de modulação, λ_m e ρ_m estão relacionadas conforme a última restrição de (3.17), significando que se a ordem de modulação for ajustada juntamente com a densidade de nós e a potência de transmissão, a interferência causada aos usuários primários não será alterada. Os parâmetros λ_m e ρ_m determinam a interferência causada pelos nós secundários sobre a rede primária e também a capacidade de transmissão da rede secundária. Desta forma, o comportamento da capacidade de transmissão pode ser analisado através de técnicas de cálculo de funções de duas variáveis [45]: fator de modulação m e fator densidade de nós σ . Sendo assim, o problema de maximização apresentado em (3.17) pode ser redefinido como:

$$\begin{aligned} & \underset{m, \sigma}{\text{maximizar}} && C_{m\sigma} \\ & \text{sujeito a} && m \geq 1, \\ & && \sigma > 0. \end{aligned} \tag{3.18}$$

A análise do problema definido em (3.18) parte do *cenário original*, descrito na Seção 2.2.1, supondo a modulação mais simples, 4-QAM. A seguir pode-se reescrever a expressão da capacidade de transmissão do usuário secundário levando-se em conta os novos parâmetros da rede secundária: a densidade de nós que é ajustada de λ_1 para λ_m conforme a Equação (3.5) e a potência de transmissão, ajustada de ρ_1 para ρ_m , conforme a Equação (3.6), e o fator de modulação, ajustado de 1 para m . Devido à mudança de

eficiência espectral, o limiar $SINR$ para transmissão com sucesso β_1 é alterado a Equação (2.29).

A probabilidade de *outage* do *cenário modificado* P_m^{out} é dada pela Equação (2.36), substituindo-se os valores de $\lambda_m = \sigma \lambda_1$, $\rho_m = \sigma^{\frac{2}{\alpha}} \rho_1$ e $\beta_m = \beta_1 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)}$ e mantendo os mesmos valores de distância de enlace r_1 e de expoente de perda de percurso α :

$$P_{m\sigma}^{out} = 1 - \exp \left[-2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \sigma \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (3.19)$$

A capacidade de transmissão desta nova rede secundária é dada pela Equação (2.37), substituindo-se λ_1 , ρ_1 e β_1 por λ_m , ρ_m e β_m , respectivamente:

$$C_{m\sigma} = 2 m B \lambda_1 \sigma \exp \left[-2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \sigma \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (3.20)$$

Desta forma, a capacidade de transmissão secundária torna-se uma função de duas variáveis, σ e m , e os demais parâmetros são os mesmos utilizados para o sistema secundário do cenário original. A seguir busca-se verificar se a nova função capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$ (3.20) tem um ponto de máximo, e qual é o seu valor.

Substituindo os parâmetros fixos da nova capacidade de transmissão secundária $C_{m\sigma}$ conforme (2.39), (2.40), (2.41) e (2.42), a Equação (3.20) resulta em:

$$C_{m\sigma} = \chi_0 m \sigma \exp(-\chi_2 \sigma 4^{\chi_3 m}). \quad (3.21)$$

Observar que todos os parâmetros χ_0 , χ_2 e χ_3 são positivos. Se as derivadas parciais de primeira ordem de $C_{m\sigma}$ (3.21) apresentarem raízes para σ e m , tem-se o ponto crítico que pode ser um ponto de máximo relativo da função capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$.

Verifica-se que se a derivada parcial de primeira ordem de capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$ em relação ao fator densidade σ apresentar raízes:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} C_{m\sigma} = \chi_0 m \exp[-\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}] [1 - \sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}] = 0, \quad (3.22)$$

tem-se um ponto crítico para σ em

$$\sigma_m = \frac{1}{\chi_2 4^{\chi_3 m}}. \quad (3.23)$$

O resultado obtido na Equação (3.23) fornece os valores ótimos de σ , que resultam na maior capacidade de transmissão atingível para cada valor de m .

Verifica-se também que se a derivada parcial de primeira ordem da capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$ em relação à ordem de modulação m apresentar raízes:

$$\frac{\partial}{\partial m} C_{m\sigma} = \chi_0 \sigma \exp[-\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}] (1 - m \sigma \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m}) = 0, \quad (3.24)$$

tem-se um ponto crítico para m em

$$m_\sigma = \frac{\alpha W\left(\frac{1}{\sigma \chi_2}\right)}{2 \ln(4)}. \quad (3.25)$$

Se o ponto crítico obtido na função dada por (3.25) for um ponto de máximo, esta equação fornece os valores teóricos ótimos de m (que permitem maior capacidade de transmissão possível) para cada valor de σ . Levando-se em conta que m_σ só pode assumir valores inteiros, é necessário aproximar o resultado na Equação (3.25) pelo número inteiro mais próximo, e o fator de modulação resultante $m_{\sigma\nu}$ deve ser dado por:

$$m_{\sigma\nu} = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\sigma \chi_2} \right) \right\rfloor \quad (3.26)$$

que é o número inteiro mais próximo de m_σ .

3.2.2 Capacidade de Transmissão Ótima

Para verificar o comportamento da função capacidade de transmissão secundária $C_{m\sigma}$ (3.20) em relação a cada uma de suas duas variáveis (σ, m), supõe-se que o sistema opera com uma delas com valor ótimo e observa-se a variação da função em relação à outra variável. Considera-se capacidade de transmissão ótima quando ao fixar o valor de uma das coordenadas ($\sigma = \sigma_0$), a outra variável m assume o valor que permite o obter o máximo para aquele σ_0 , e vice-versa.

Supondo-se que o fator de modulação seja m , a capacidade de transmissão ótima (teórica supondo m contínuo) para σ otimizado é obtida da na Equação (3.21) substituindo-se o valor de σ dado por (3.23):

$$\begin{aligned} C_{m\sigma}|_{\sigma=\sigma_m} &= \chi_0 m \frac{1}{\chi_2 4^{\chi_3 m}} \exp \left(-\chi_2 \frac{1}{\chi_2 4^{\chi_3 m}} 4^{\chi_3 m} \right) \\ &= m \frac{\chi_0}{e \chi_2 4^{\chi_3 m}}, \end{aligned} \quad (3.27)$$

que substituindo os valores de χ_0 , χ_2 e χ_3 resulta em:

$$C_{m\sigma}|_{\sigma=\sigma_m} = \frac{B \lambda_1 m 4^{\frac{2}{\alpha}} \alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)}{e \pi r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha} m} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]} \quad (3.28)$$

O resultado da Equação (3.28) é mostrado na Figura 3.3, utilizando os parâmetros apresentados na Tabela 2.1, em que se observa a variação da capacidade de transmissão máxima em função a m , em que $m \geq 1$, dado que o fator densidade de nós σ está otimizado. Observa-se que há um valor de m para o qual a capacidade de transmissão é máxima.

De forma análoga, supondo que o fator densidade de nós é σ , a capacidade de transmissão ótima supondo m otimizado será obtida da Equação (3.21) substituindo-se o valor de σ dado por (3.25):

$$\begin{aligned} C_{m\sigma}|_{m=m_\sigma} &= \frac{\alpha \chi_0 \sigma}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\sigma \chi_2} \right) \exp \left(-\chi_2 \sigma 4^{\chi_3 \frac{\alpha W \left(\frac{1}{\sigma \chi_2} \right)}{2 \ln(4)}} \right) \\ &= \frac{\alpha \chi_0 \sigma}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\sigma \chi_2} \right) \exp \left(-\chi_2 \sigma \exp \left[W \left(\frac{1}{\sigma \chi_2} \right) \right] \right), \end{aligned} \quad (3.29)$$

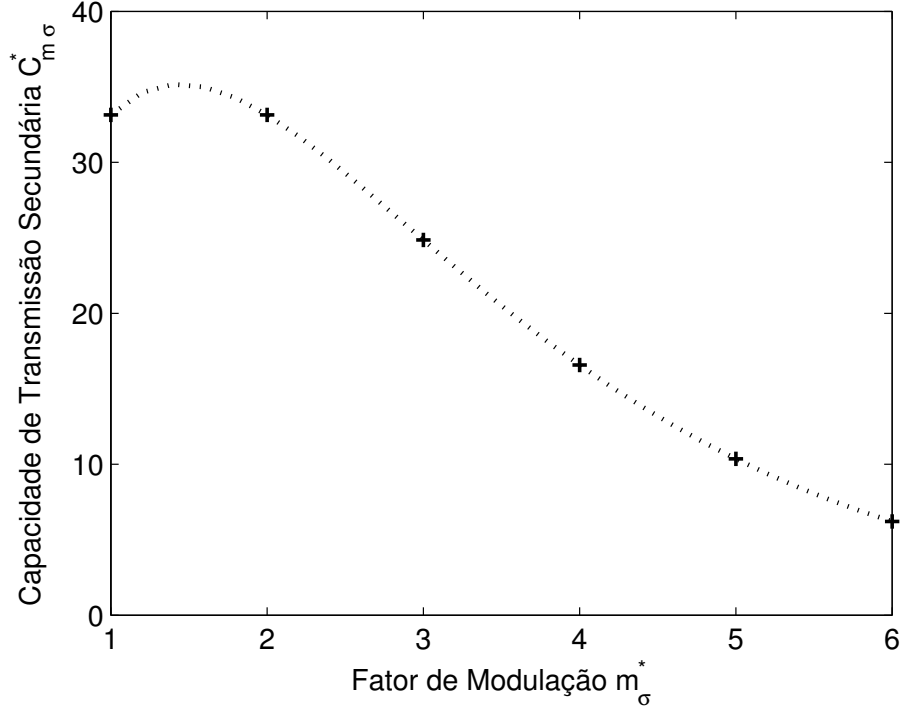


Figura 3.3: Capacidade de transmissão máxima atingível em função de m supondo σ otimizado, dado pela Equação (3.28). A linha pontilhada mostra a função teórica de onde são obtidos os pontos de operação para m inteiro (+).

que substituindo os valores de χ_0 , χ_2 e χ_2 resulta em:

$$C_{m\sigma}|_{m=m_\sigma} = \frac{B \lambda_1 \sigma \alpha}{\ln(4)} W \left(\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{\sigma 2 \pi r_1^2 \beta^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right)} \right) \times$$

$$\times \exp \left(\frac{-2 \pi \sigma r_1^2 \beta^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) W \left(\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{2\pi \sigma r_1^2 \beta^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right)} \right) \right) \quad (3.30)$$

Usando os parâmetros da Tabela 2.1, a Figura 3.4 mostra o resultado da capacidade de transmissão ótima em função de σ , supondo m otimizado conforme a obtida da Equação (3.30). Deve-se levar em conta que o fator de modulação m é inteiro. A linha contínua indica o resultado teórico obtido para m (3.25) e a linha pontilhada indica o resultado calculado a partir do valor inteiro mais próximo de m (3.26). Observa-se que há um valor de σ para o qual a capacidade de transmissão é máxima.

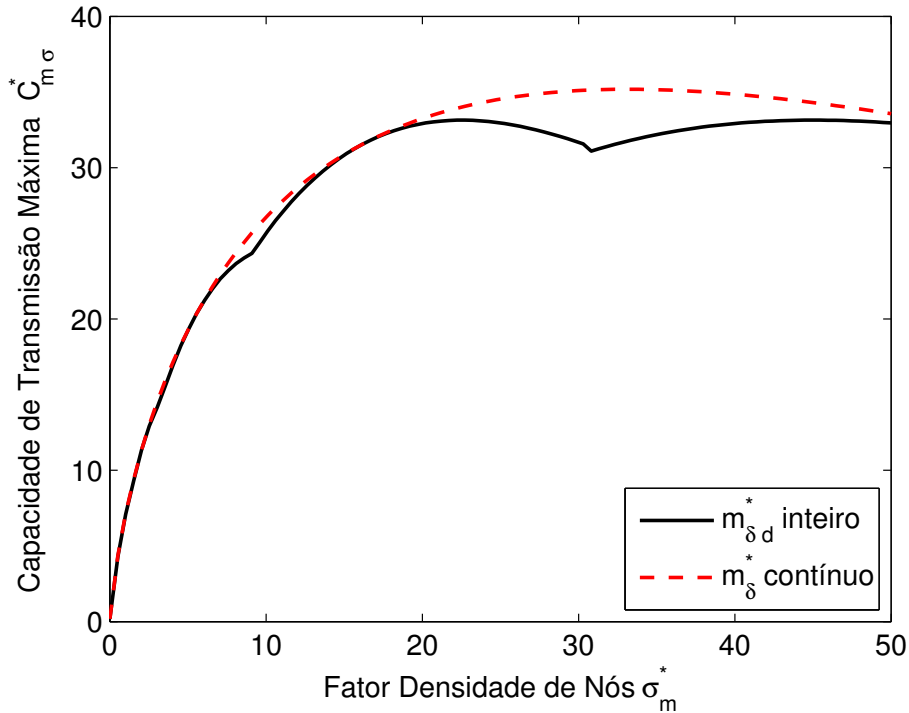


Figura 3.4: Capacidade de transmissão máxima atingível para cada σ supondo m_{σ} otimizado, conforme (3.30), mostrando resultados para cálculo com m_{σ} teórico (linha contínua) e seu valor inteiro mais próximo $m_{\sigma\nu}$ (linha pontilhada).

Ainda com os parâmetros da Tabela 2.1, a Figura 3.5 mostra o comportamento global da capacidade de transmissão secundária, indicando os valores ótimos da capacidade $C_{m\sigma}$ para cada valor do fator de modulação $m \geq 1$ supondo fator de densidade de nós σ_m otimizado. Observa-se que a função capacidade de transmissão $C_{\sigma m}$ apresenta um máximo global, que corresponde ao cruzamento das duas capacidades parciais ótimas, cujo valor de capacidade será calculado na Seção 3.3.

3.2.3 Validação do Modelo Estatístico de Interferência para Cálculo da Capacidade de Transmissão

A validação do modelo de interferência utilizado nesta análise é feita com a simulação de uma rede cognitiva para a qual se utiliza a métrica de capacidade de transmissão da rede secundária. Os terminais desta rede estão sujeitos à interferência dos transmissores primários e secundários e ao desvanecimento de Rayleigh. Ambas as redes têm nós distribuídos no espaço conforme um PPP. Os parâmetros fixos usados são os da Tabela 2.1: potências de transmissão e densidades de nós primárias e secundárias, distância de enlace secundário, largura de faixa de 1 MHz e coeficiente de perda de percurso $\alpha = 4$.

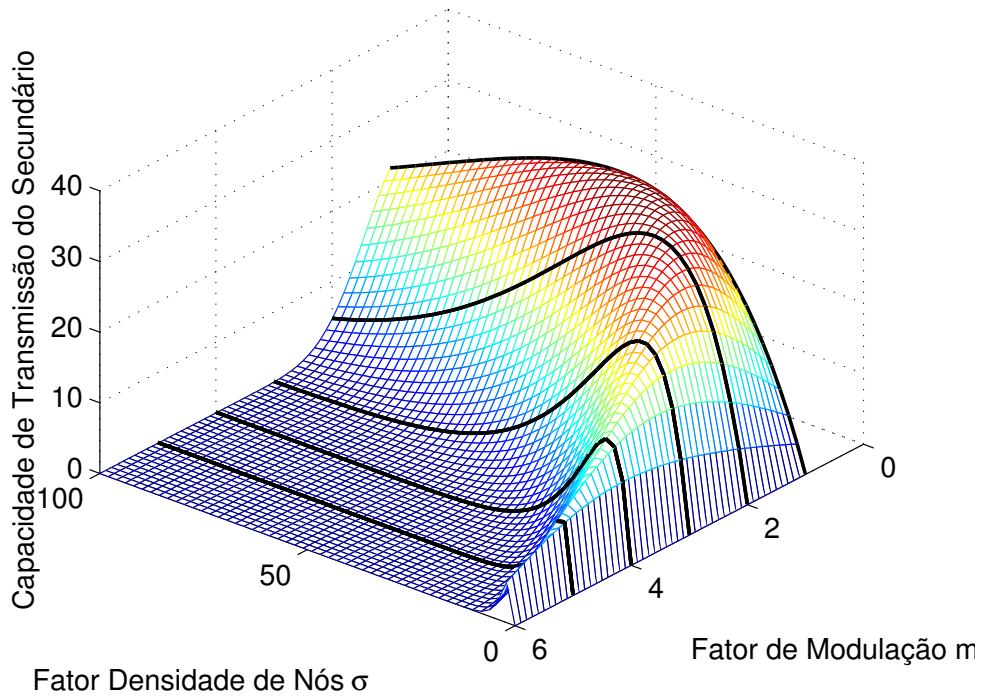


Figura 3.5: Representação no espaço que mostra o comportamento global da capacidade de transmissão secundária, mostrando o valor ótimo da capacidade $C_{m\sigma}$ em função de cada valor do fator de modulação $m \geq 1$ supondo fator de densidade de nós σ_m otimizado.

Este resultado é comparado ao valor obtido teoricamente (3.20) para fator densidade de nós σ variando de zero a 100, para os fatores de modulação $m = 2$ (16-QAM) e $m = 3$ (64-QAM). Observa-se que para cada fator de modulação m há um valor de σ_m que resulta em máxima capacidade de transmissão. A Figura 3.6 mostra o resultado teórico (linha contínua) dado pela equação (3.20) e os valores obtidos através de simulação para cálculo da interferência, usando como parâmetros fixos os valores da Tabela 2.1, supondo expoente de perda de percurso $\alpha = 4$.

Nota-se que há diferença no valor da capacidade de transmissão máxima em cada modulação, e que também varia a gama de valores de σ que permitem obter ganho de capacidade: enquanto neste exemplo a modulação menor (16-QAM) pode ter variação de σ de mais de cem vezes a densidade de nós λ_1 para os parâmetros da Tabela 2.1), a modulação maior (64-QAM) resulta em ganho de capacidade de transmissão se σ for menor do que cerca de 80 vezes λ_1). Estas variações são analisadas na Seção 3.3.

O modelo de simulação utiliza uma área de observação aleatória de 100000 m^2 , com um número aleatório de pontos com densidade média λ_p e λ_s para as redes primária e secundária, respectivamente. Portanto o ponto analisado está sujeito à interferência de ambas as redes. Tanto o sinal secundário desejado quanto os interferentes são simulados levando em conta coeficientes aleatórios de desvanecimento. Foram calculados valores de capacidade de transmissão secundária resultante para diversos valores de fator densidade de nós do secundário σ , somando 1000 amostras para cada valor de σ e para cada fator

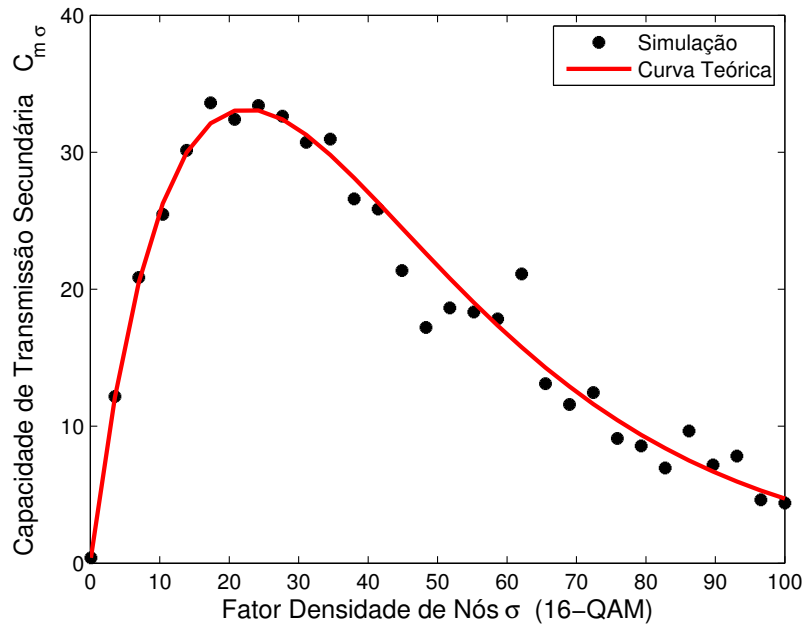
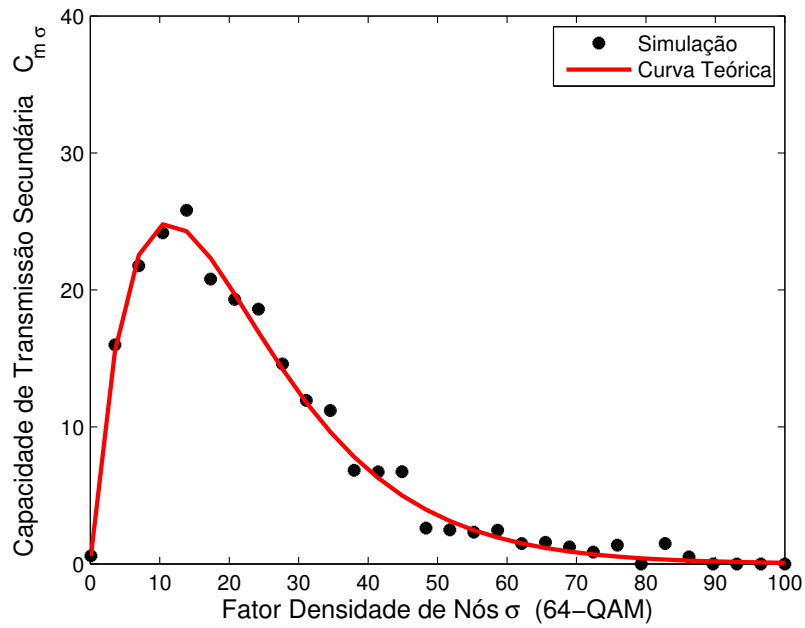
(a) $C_{m\sigma}$ para modulação 16-QAM(b) $C_{m\sigma}$ para modulação 64-QAM

Figura 3.6: Comparação entre o resultado teórico da capacidade de transmissão e o resultado de simulação em função do fator densidade de nós σ , considerando rede aleatória cujos nós estão distribuídos como PPP com densidade $\sigma \times \lambda_1$ e distância de enlace fixa r_1 para diferentes fatores de modulação: a) $m=2$ (16-QAM); b) $m=3$ (64-QAM), com parâmetros da Tabela 2.1

de modulação m . Observar que dependendo do valor de m , o valor de σ que permite capacidade de transmissão máxima varia.

3.3 Maximização de Capacidade de Transmissão Ajustando Densidade/ Potência e Eficiência Espectral

A análise a seguir demonstra analiticamente que, tal como no exemplo apresentado com os parâmetros da Tabela 2.1 cujos resultados são mostrados nas Figuras 3.3, 3.4 e 3.5, a escolha de valores adequados para σ e m permite obter um valor máximo para a capacidade de transmissão.

Sabe-se que as raízes das derivadas parciais de primeira ordem da função de duas variáveis determinam as coordenadas do ponto crítico. Portanto, seus valores devem ser tais que tornem as Equações (3.22) e (3.24) nulas. Tem-se de um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned} 1 &= \sigma \chi_2 4^{\chi_3 m} \\ 1 &= m \sigma \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m \sigma} \end{aligned} \quad (3.31)$$

Lembrando que χ_3 é dado por (2.42), e que a Equação (3.23) fornece o valor de σ_m em função de m_σ , a solução da Equação (3.31) fornece as coordenadas do ponto crítico σ_m e m_σ da função capacidade de transmissão secundária. Para o fator de modulação (valor contínuo), tem-se:

$$m_\sigma^* = \frac{1}{\chi_3 \ln(4)} = \frac{\alpha}{2 \ln(4)} \quad (3.32)$$

e para o fator densidade de nós:

$$\sigma_m^* = \frac{1}{e \chi_2}. \quad (3.33)$$

Substituindo χ_2 (2.41), obtém-se σ_m^* em função dos parâmetros do sistema. É possível demonstrar que os valores de fator densidade de nós σ_m^* (3.33) e de fator de modulação m_σ^* (3.32) definem as coordenadas do ponto crítico da função $C_{m\sigma}$, que permitem obter o *máximo* valor de capacidade de transmissão $C_{m\sigma}^*$ conforme demonstra o teorema a seguir:

Teorema 3.1. *A função capacidade de transmissão secundária definida por (3.20):*

$$C_{m\sigma} = 2 m B \lambda_1 \sigma \exp \left[-2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \sigma \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (3.34)$$

em que o fator de modulação m e fator densidade de nós σ são variáveis, e os demais parâmetros são fixos, apresenta um único ponto de máximo determinado pelas seguintes coordenadas:

$$\sigma_m^* = \frac{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{e 2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{P_p}{P_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]}, \quad (3.35)$$

e

$$m_{\sigma}^* = \frac{\alpha}{2 \ln(4)}. \quad (3.36)$$

Prova: Ver o Apêndice A. ■

Substituindo os parâmetros fixos da Equação (3.35) pelas igualdades definidas em (2.41) e (2.42), pode-se expressar o fator densidade de nós para capacidade de transmissão máxima como

$$\sigma_m^* = \frac{1}{e \chi_2}. \quad (3.37)$$

Observa-se que o fator densidade de nós σ_m^* que resulta na máxima capacidade de transmissão depende do valor de vários parâmetros do sistema cognitivo (3.35). Já o fator de modulação m_{σ}^* (3.32) que permite obter capacidade de transmissão máxima depende unicamente do expoente de perda de percurso α .

Levando-se em conta que m_{σ}^* só pode assumir valores inteiros, a solução encontrada deve ser o número inteiro mais próximo do resultado obtido na Equação (3.32), e o fator de modulação resultante $m_{\sigma\nu}^*$ resulta:

$$m_{\sigma\nu}^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} \right\rfloor, \quad (3.38)$$

que é o número inteiro mais próximo de m_{σ}^* .

Após identificar o ponto de máximo da função capacidade de transmissão pode-se traçar novamente a Figura 3.5 mostrando o ponto de cruzamento das funções para cada uma das variáveis otimizadas σ_m (conforme a Figura 3.3, obtida pela equação (3.28)) e m_{δ} (conforme a Figura 3.4, obtida pela equação (3.30)). O ponto de cruzamento das duas funções otimizadas (σ_m^* , m_{σ}^*) corresponde à capacidade de transmissão máxima, mostrado na Figura 3.7 com os parâmetros da Tabela 2.1.

Obtidas as coordenadas para obter a capacidade de transmissão máxima do sistema modificado com eficiência espectral e densidade de nós ajustáveis (3.21), pode-se calcular seu valor em função dos parâmetros de sistema:

$$\begin{aligned} C_{m\sigma}^* &= C_{m\sigma}|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_{\sigma}^*} = \chi_0 m_{\sigma}^* \sigma_m^* \exp(-\chi_2 \sigma_m^* 4^{\chi_3 m_{\sigma}^*}) \\ &= \frac{\chi_0}{e^2 \chi_2 \chi_3 \ln(4)}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Substituindo os parâmetros χ_0 , χ_2 e χ_3 obtém-se:

$$C_{m\sigma}^* = C_{m\sigma}|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_{\sigma}^*} = \frac{B \lambda_1 \alpha^2 \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{e^2 2 \pi^2 r_1^2 \beta^{\frac{2}{\alpha}} \ln(4) \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} \right]}. \quad (3.40)$$

Pode-se comparar o valor de capacidade de transmissão máxima possível com ajuste de dois parâmetros (modulação e fator σ densidade de nós/potência de transmissão) obtida da Equação (3.39) e somente com ajuste do fator densidade de nós da Equação (3.13) (que opera com modulação 4-QAM), sendo que ambos mantém fixa a

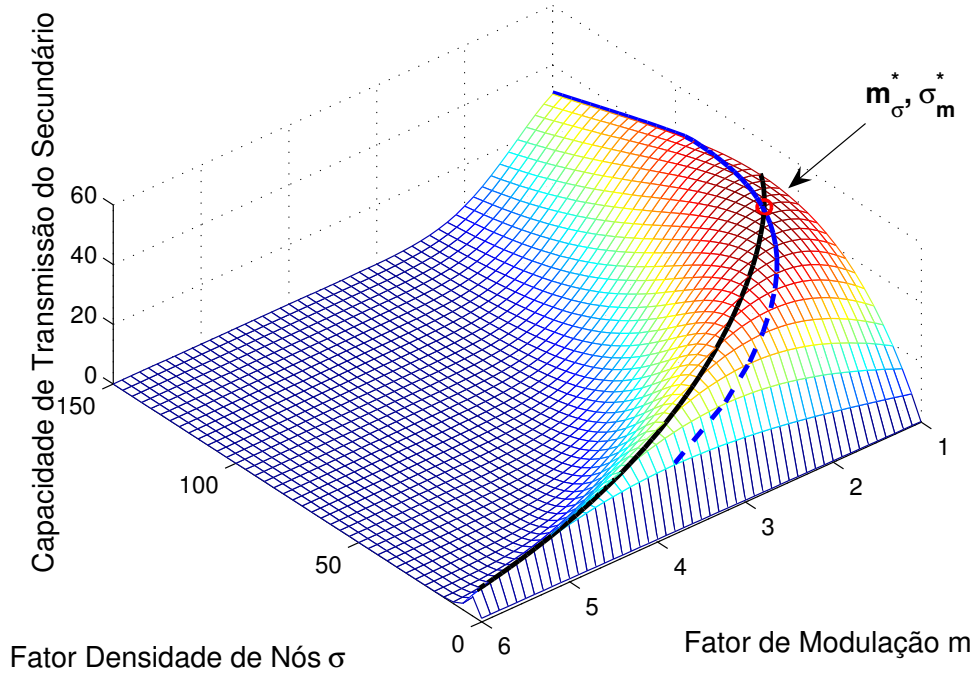


Figura 3.7: Variação da capacidade de transmissão em função do fator de densidade de nós σ e do fator de modulação m , e as curvas em função de m para σ_m otimizado conforme (3.23) e σ para m_σ otimizado conforme (3.25), bem como o ponto de cruzamento das coordenadas σ_m^* dada por (3.33) e m_σ^* dada por (3.32), que definem a capacidade de transmissão máxima.

interferência sobre o usuário primário. Substituindo-se χ_1 (2.40), χ_2 (2.41) e χ_3 (2.42), resulta:

$$\begin{aligned} \left. \frac{C_{m\sigma}^*}{C_\sigma^*} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} &= \frac{\chi_1}{\chi_2 \chi_3} \frac{1}{e \ln(4)} \\ &= \frac{\alpha 4^{\frac{2}{\alpha}}}{2 e \ln(4)}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Deve-se lembrar que o valor de densidade de nós usado de um sistema é diferente do utilizado para o outro, porque o objetivo é comparar capacidades de transmissão máximas atingíveis. Pela Equação (3.41) observa-se que a relação entre as duas capacidades depende unicamente do valor do expoente de perda de percurso α .

Para que haja aumento de capacidade de transmissão quando se ajusta a eficiência espectral m e o fator densidade de enlace σ em relação ao sistema que muda somente σ , o resultado fornecido pela Equação (3.41) deve ser superior à unidade:

$$\alpha 4^{\frac{2}{\alpha}} \geq 2 e \ln(4). \quad (3.42)$$

Como se supõe que o valor do expoente de perda de percurso seja $\alpha > 2$, a condição dada pela Equação (3.42) é confirmada para toda a gama de variação de α , conforme observado no gráfico da Figura 3.8. Isto significa que a capacidade de transmissão *máxima*

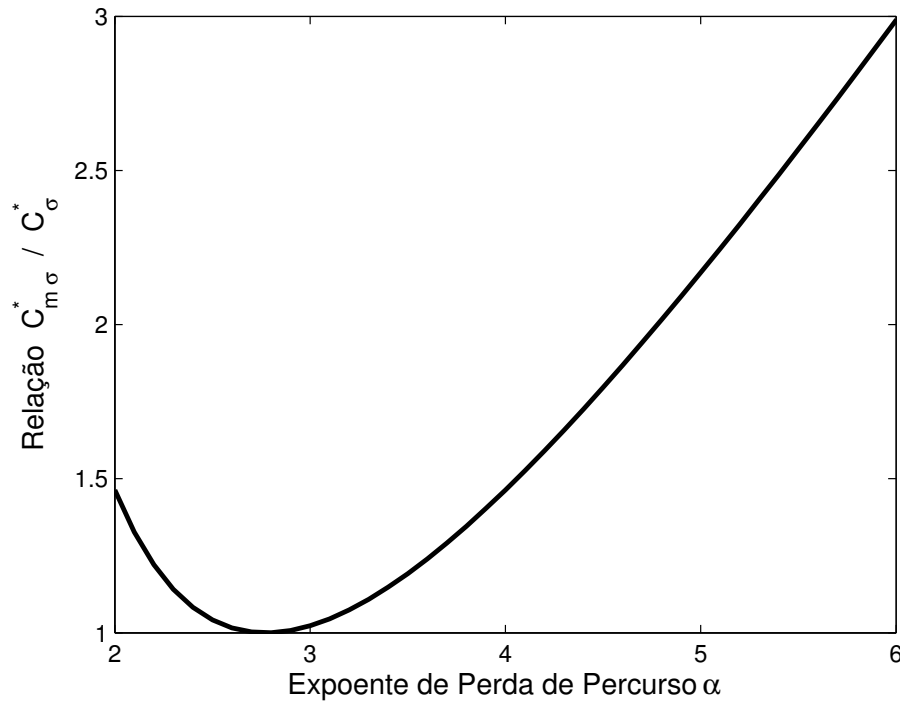


Figura 3.8: Relação (3.41) entre máximas capacidades de transmissão do sistema com ajuste de eficiência espectral e de fator densidade de nós $C_{m\sigma}^*$ e do sistema que só ajusta o fator densidade de nós C_{σ}^* . Os resultados acima da unidade significam aumento de capacidade de transmissão para o sistema que também permite ajuste de eficiência espectral.

$C_{m\sigma}^*$ da rede secundária que permite ajustar a eficiência espectral além da densidade e da potência de transmissão sempre será maior do que a capacidade de transmissão *máxima* C_{σ}^* da rede secundária que permite ajustar somente a densidade e a potência, sem alterar a eficiência espectral. Observar que estes valores máximos de capacidade de transmissão $C_{m\sigma}^*$ e C_{σ}^* são calculados para *diferentes* valores de σ em cada um dos sistemas. Este resultado depende somente do expoente de perda de percurso, sendo independente de qualquer outro parâmetro da rede secundária.

Na Seção 3.4.2 será discutido o efeito do valor dos parâmetros densidade de nós λ_1 e potência ρ_1 do *Cenário Original* sobre o resultado do ajuste de fator de modulação para obter a capacidade de transmissão máxima.

3.4 Discussão: *Cenário Modificado* Ajustando m e σ

Nesta seção serão analisados três aspectos do *cenário modificado* que permitem ajuste de eficiência espectral e do fator densidade de nós:

- Influência do valor do expoente de perda de percurso α
- Influência dos valores iniciais dos parâmetros do *cenário original*

- Maximização da capacidade de transmissão com restrição na probabilidade de *outage*

3.4.1 Influência do Expoente de Perda de Percurso α

A seguir, avalia-se como varia o fator de modulação para obter capacidade máxima levando em conta que o valor do expoente de perda de percurso pode assumir qualquer valor superior a 2 $\alpha > 2$. Sabe-se que o fator de modulação para capacidade de transporte máxima depende unicamente do valor de α . Para visualizar a região de operação do cenário de máxima capacidade de transmissão, supõe-se que o valor máximo de α seja 6, tem-se a seguinte faixa de valores possíveis para o fator de modulação m_σ^* conforme a Equação (3.32):

$$2 < \alpha < 6$$

$$0,72 < m_\sigma^* = \frac{\alpha}{2 \ln(4)} < 2,16. \quad (3.43)$$

Na faixa de variação de α deste exemplo, os maiores valores de capacidade de transmissão serão obtidos para cenários em que a ordem de modulação é baixa (4-QAM com $m_\sigma^* = 1$ ou 16-QAM com $m_\sigma^* = 2$) se $\alpha < 6$.

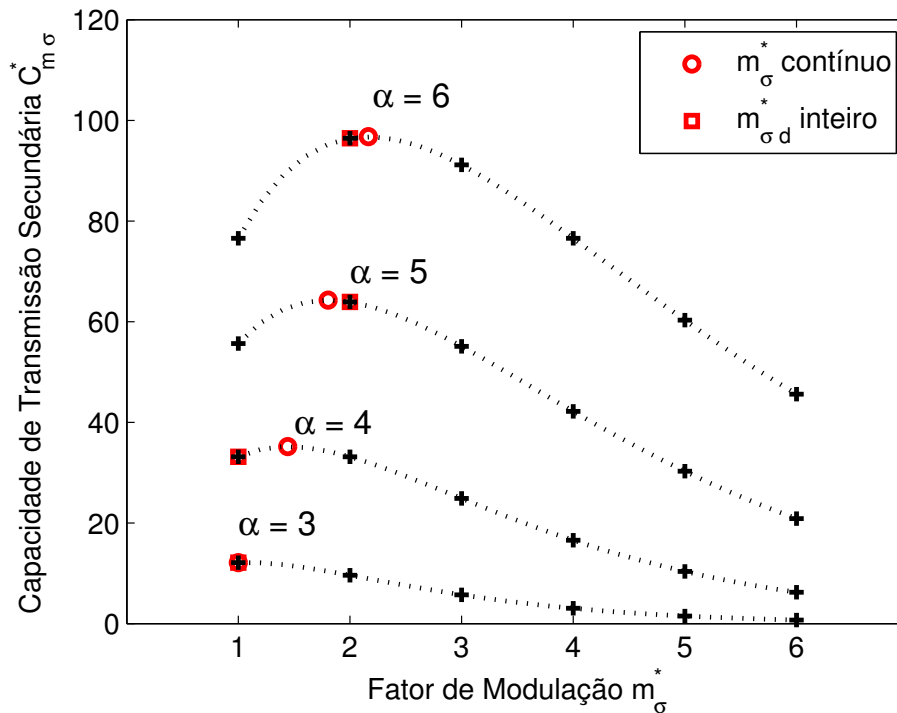


Figura 3.9: Curvas de capacidade de transmissão secundária máxima em função do fator de modulação m para diferentes expoentes de perda de percurso α e fator densidade de nós σ otimizado para cada m (3.28). A capacidade de transmissão total também está indicada, supondo que m é contínuo (marcas com círculo) (3.32) e m inteiro (marcas com quadrados) (3.38).

A Figura 3.9 mostra o gráfico da capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$ obtida para vários valores de expoente de perda de percurso α em função da ordem de modulação m , para fator de densidade de nós otimizado $\sigma = \sigma_m^*$ conforme a Equação (3.28). Tal como esperado, a capacidade de transmissão secundária aumenta para maiores valores de α , pois o expoente de perda de percurso acentua o isolamento natural entre enlaces compartilhando o mesmo canal.

Ainda na Figura 3.9 observa-se que para cada expoente de perda de percurso α corresponde um valor de fator de modulação m_{σ}^* que permite obter máxima capacidade de transmissão para σ otimizado. À medida que aumenta o expoente de perda de percurso, aumenta também a variação da capacidade de transmissão máxima em relação ao fator de modulação m . Deve-se observar também que o valor teórico para $m_{\sigma\alpha}^*$ é obtido de uma variável contínua, que deve ser aproximado para o inteiro mais próximo $m_{\sigma\alpha\nu}^*$. No gráfico são assinalados com marcas de círculos os valores de capacidade de transmissão máxima supondo m_{σ} contínuo e com marcas de quadrados os valores de capacidade de transmissão máxima supondo $m_{\sigma\nu}$ inteiro, aproximado para o valor mais próximo do valor teórico, que é o caso prático, dado pela Equação (3.38).

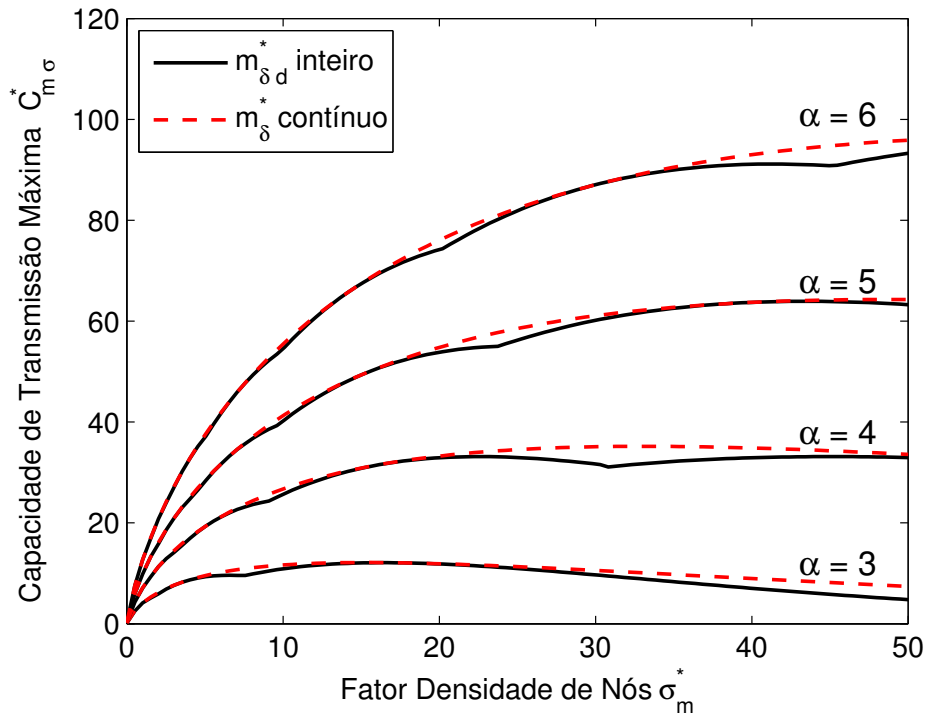


Figura 3.10: Capacidade de transmissão secundária máxima C_{σ}^* em função do fator densidade de nós σ para diferentes expoentes de perda de percurso α supondo m otimizado (3.29); as linhas contínuas mostram o valor teórico de m (3.25), e as linhas pontilhadas indicam o valor inteiro de $m_{\sigma\nu}$ (3.26)

A Figura 3.10 mostra a capacidade de transmissão secundária máxima como função do fator densidade de nós σ para diversos valores de expoente de perda de percurso α , conforme a Equação (3.30). As linhas contínuas mostram os valores teóricos máximos

otimizados para cada m_σ , e as linhas pontilhadas indicam resultado para $m_{\sigma\nu}$ inteiro.

Como visto nas Figuras 3.9 e 3.10, para cada valor de α existe um fator de modulação $m_{\sigma\alpha}^*$ e um fator densidade de nós $\sigma_{m\alpha}^*$ que correspondem a um valor diferente de capacidade de transmissão máxima. Enquanto $m_{\sigma\alpha}^*$ é função do expoente de perda de percurso α apenas, $\sigma_{m\alpha}^*$ depende dos valores dos demais parâmetros do sistema, como mostra a Equação (3.35).

A Figura 3.11 mostra os valores de $\sigma_{m\alpha}^*$ (3.35) que devem ser usados para que se obtenha capacidade de transmissão máxima, para quatro valores distintos de β_1 inicial. Observa-se que maiores valores de σ implicam em menores valores de limiar β para obter capacidade de transmissão máxima; isto se deve ao fato de σ ser diretamente proporcional à densidade λ , e de ter com a potência uma relação inversa elevada ao expoente $2/\alpha$.

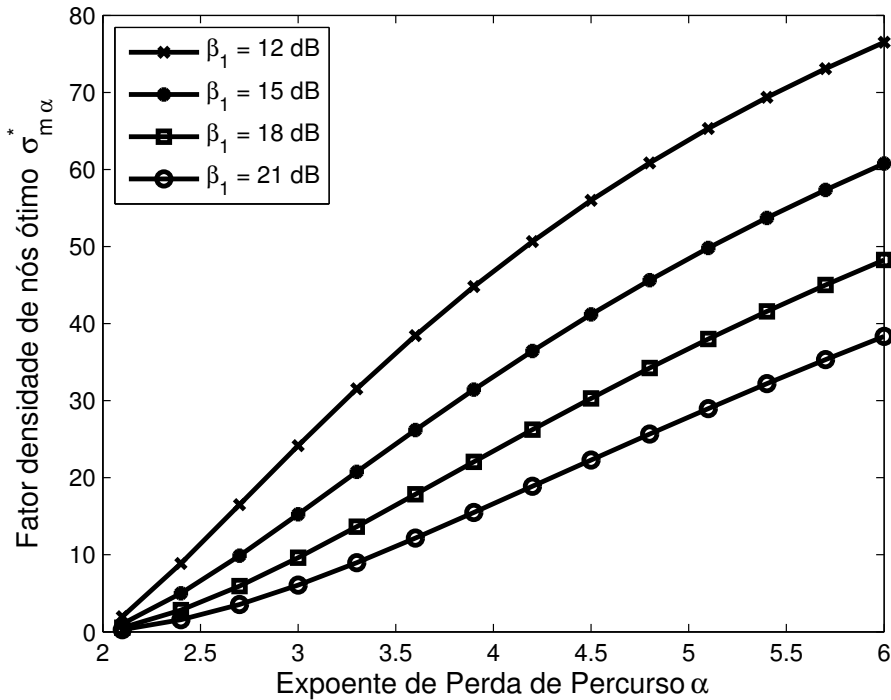


Figura 3.11: Fator densidade de nós σ que permite capacidade de transmissão secundária máxima (3.35) em função do expoente de perda de percurso α , para quatro valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 .

A Figura 3.12 mostra o efeito geral do expoente de perda de percurso sobre o valor máximo possível para a capacidade de transmissão secundária $C_{m\sigma\alpha}^*$ calculado conforme a Equação (3.40), para quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 . Observa-se que o aumento do limiar de *outage* resulta na diminuição da capacidade de transmissão máxima.

Tal como é esperado, observa-se que a capacidade de transmissão máxima $C_{m\sigma\alpha}^*$ cresce monotonicamente com α . Isto se deve ao fato de que maiores expoentes de perda de percurso α proporcionam uma isolamento natural entre os vários enlaces compartilhando o mesmo canal sem fio, levando a um maior número de transmissões com sucesso ao mesmo

tempo. Nota-se também que maiores valores de limiar β_1 implicam em capacidade de transmissão máxima com menores valores, porque há um número menor de enlaces que atingem o requisito mínimo de qualidade.

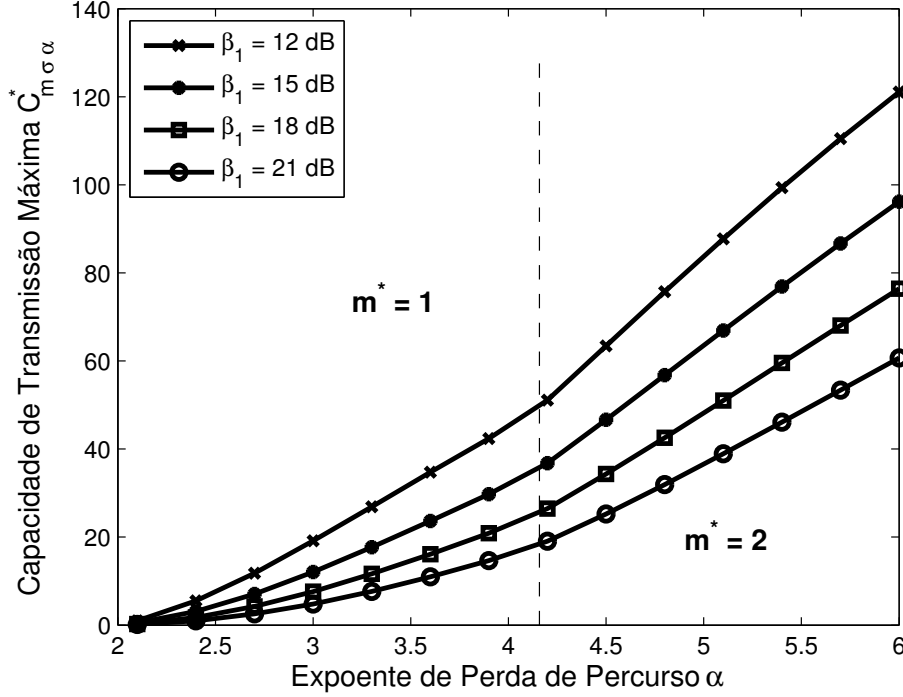


Figura 3.12: Capacidade de transmissão máxima $C_{m\sigma\alpha}^*$ (3.40) em função do expoente de perda de percurso α para diferentes fatores de modulação m e quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 . Estão indicadas as regiões em que os fatores de modulação $m = 1$ e $m = 2$ são ótimos.

3.4.2 Influência dos Valores de σ e m do Cenário Original

Como demonstrado na Seção 3.2.1, as coordenadas da função de máxima capacidade de transmissão possível para o sistema secundário do *cenário modificado* são aquelas obtidas para $\lambda_{m\sigma} = \lambda_1 \sigma_{m\sigma}^*$ conforme a Equação (3.35) e $m_{\sigma\nu}^*$, que é o valor inteiro mais próximo do resultado obtido na Equação (3.32).

A seguir será demonstrado que apesar da Equação (3.35) ser expressa em função dos parâmetros densidade de nós λ_1 e potência de transmissão ρ_1 do sistema secundário do *cenário original*, a densidade de nós e a potência de transmissão secundárias que permitem obter capacidade de transmissão máxima não dependem destes valores iniciais de λ_1 e ρ_1 . Conforme a condição definida na Equação (3.4), o par de valores da densidade de terminais λ e da potência de transmissão ρ para qualquer cenário guardam entre si a seguinte proporção:

$$\lambda_1 \times \rho_1^{\frac{2}{\alpha}} = K(\text{constante}), \quad (3.44)$$

em que a constante K é uma medida da intensidade da interferência que a rede secundária provoca na rede primária.

O fator densidade de nós calculado na Equação (3.35) permite obter a nova densidade de nós $\lambda_{m\sigma}^*$ que maximiza a capacidade de transmissão da rede secundária em função da densidade de nós do *cenário original* λ_1 :

$$\begin{aligned}\lambda_{m\sigma}^* &= \sigma_m \lambda_1 \\ &= \frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{e 2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\frac{\lambda_p}{\lambda_1} \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + 1 \right]} \\ &= \frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{e 2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\frac{\lambda_p \rho_p^{\frac{2}{\alpha}}}{K} + 1 \right]}\end{aligned}\quad (3.45)$$

A potência correspondente $\rho_{m\sigma}^*$ que maximiza a capacidade de transmissão é calculada de forma análoga, usando o mesmo fator densidade de nós σ e a potência de transmissão do *cenário original* ρ_1 :

$$\begin{aligned}\rho_{m\sigma}^* &= \left(\frac{1}{\sigma_m}\right)^{\frac{\alpha}{2}} \rho_1 \\ &= \left[\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{e \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)} 4^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_p \rho_p^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \rho_1^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right]^{\frac{\alpha}{2}}\end{aligned}\quad (3.46)$$

Tal como feito para a densidade de nós, pode-se definir o valor da potência de transmissão ótima $\rho_{m\sigma}^*$ em função da constante K (3.44):

$$\rho_{m\sigma}^* = \left[\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{e \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)} 4^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_p \rho_p^{\frac{2}{\alpha}} + K \right) \right]^{\frac{\alpha}{2}} \quad (3.47)$$

Portanto a potência secundária para capacidade de transmissão máxima $\rho_{m\sigma}^*$ é função da interferência tolerada pelos usuários primários, entre outros fatores. A constante K define o máximo de interferência que a rede secundária pode provocar na rede primária, estabelecendo a relação entre os valores do par de variáveis λ_m e ρ_m permitidos para não perturbar a operação do usuário primário (porque causam a mesma interferência dos parâmetros do sistema com o *cenário original* modelado com o par de coordenadas λ_1 e ρ_1). A Figura 3.13 mostra duas combinações de parâmetros consideradas como pontos iniciais, cada um dos quais com um valor distinto de K :

- Ponto inicial 1, com potência de transmissão $\rho_1 = 100 \text{ mW}$ e densidade de nós $\lambda_1 = 10^{-6}$ terminais por m^2 , em que $K = 0.32 \cdot 10^{-6}$.
- Ponto inicial 2, com potência de transmissão $\rho_1 = 1 \text{ W}$ e densidade de nós $\lambda_1 = 10^{-6}$ terminais por m^2 , em que $K = 10^{-6}$.

O *cenário original* parte de um valor de K arbitrário, em que a rede primária compartilha recursos com a rede secundária de modo satisfatório para ambas. Segundo o modelo proposto, qualquer variação dos parâmetros da rede secundária deve obedecer à

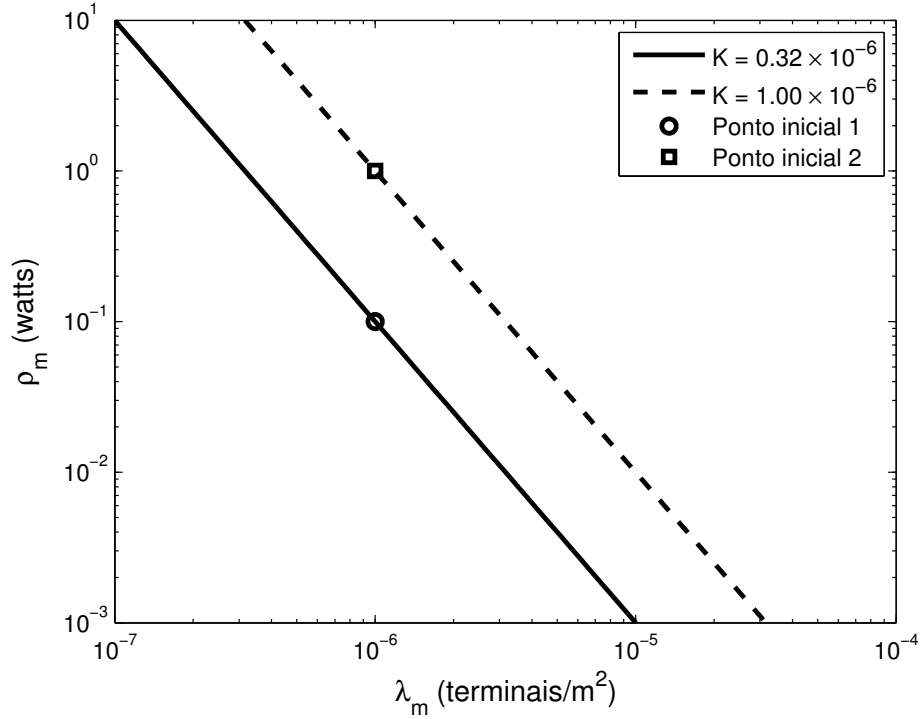


Figura 3.13: Lugar dos pontos $(\lambda_m, \rho_m^{\frac{2}{\alpha}})$ permitidos na otimização da capacidade de transmissão, para dois valores de K (3.44): 1) $\lambda_1 = 10^{-6}$ e $\rho_1 = 0.1$, resultando em $K = 3,2 \times 10^{-5}$, e 2) $\lambda_1 = 10^{-6}$ e $\rho_1 = 1$, resultando em $K = 10^{-6}$, com expoente de perda de percurso $\alpha = 4$.

restrição de manter K constante, de forma que a interferência sobre o usuário primário não seja alterada.

Desta forma, um par de parâmetros do *cenário original* (λ_1, ρ_1) define uma superfície $\sigma \times m$, do qual se busca obter o ponto de máximo, que será obtido para σ_m^* e m_σ^* . Os valores de cada um destes parâmetros está relacionado com o valor de K , que é o mesmo do *cenário original*.

No exemplo da Figura 3.13, todos os pontos para os quais $K = 0.32 \times 10^{-6}$ ou para os quais $K = 1.0 \times 10^{-6}$ estão situados sobre as retas que reúnem todos os pares de combinações de valor de densidade e potência de usuário secundário que mantém fixa a interferência causada sobre o usuário primário.

3.4.3 Maximização da Capacidade de Transmissão com Restrição na Probabilidade de *Outage*

O procedimento descrito na Seção 3 permite otimizar a densidade de nós e a potência de transmissão da rede secundária e também a eficiência espectral, para obter maior capacidade de transmissão. Porém o aumento do fator de modulação tem o efeito adverso de causar aumento da probabilidade de *outage*. Para manter fixa a taxa de erros, o sistema com ajuste de σ e m muda o limiar *SINR* de transmissão com sucesso conforme a Equação (2.29), e como resultado obtém-se o sistema modificado que permite atingir a

máxima capacidade de transmissão quando o fator densidade de nós é dado pela Equação (3.33). Nesta seção, avalia-se qual é a capacidade de transmissão máxima atingível sob condição de manter a probabilidade de *outage* restrita a um valor máximo de ϵ para o sistema modificado (com maior eficiência espectral).

A probabilidade de *outage* da rede secundária é dada pela Equação (2.35). Substituindo-se os parâmetros do sistema por *FICM* χ_2 definido em (2.41), e calculando o valor da capacidade de transmissão no ponto de máximo (σ_m^*, m_σ^*) dado pelas Equações (3.33), (3.32), tem-se:

$$\begin{aligned} P_{m\sigma}^{out} &= 1 - \exp \left[-\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)} \sigma_m^* \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \\ &= 1 - \exp \left(\chi_2 \frac{e^{-1}}{\chi_2} e \right) = 1 - e^{-1} = 0.63 \end{aligned} \quad (3.48)$$

que é um valor alto para um sistema de transmissão.

A seguir analisa-se o desempenho do sistema modificado que ajusta a eficiência de modulação e densidade espectral, com a condição de manter a probabilidade de *outage* máxima limitada a um valor aceitável, que determinará o valor máximo $C_{m\sigma\epsilon}^*$ em função dos parâmetros σ , m e ϵ . O trato analítico a seguir é feito em função de da probabilidade de transmissão com sucesso $\theta = 1 - \epsilon$, e portanto tem-se:

$$\begin{aligned} P_{m\sigma\epsilon}^{out} &= 1 - \exp \left[-\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)} \sigma \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \leq \epsilon \\ P_{m\sigma\epsilon}^{suc} &= \exp \left[-\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)} \sigma \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \geq \theta \end{aligned} \quad (3.49)$$

O problema de maximização da capacidade de transmissão com restrição para a probabilidade de *outage* pode ser definido como:

$$\begin{aligned} &\underset{m, \sigma}{\text{maximizar}} \quad C_{m\sigma} \\ &\text{sujeito a} \quad m = 1, 2, \dots \quad \sigma > 0, \\ &\quad \quad \quad P_{m\sigma\epsilon}^{suc} > \theta \end{aligned} \quad (3.50)$$

A solução deste problema de otimização é modelada por uma função de duas variáveis (σ, m) , sujeita à restrição dada por (3.50):

$$P_{m\sigma\epsilon}^{suc} = \exp(-\chi_2 \sigma 4^{\frac{2}{\alpha} m}) > 1 - \epsilon = \theta \quad (3.51)$$

em que θ é a probabilidade de sucesso mínima aceita para a transmissão secundária.

Uma vez estabelecido o limite máximo de ϵ para a probabilidade de *outage*, calcula-se o desempenho do sistema que ajusta os fatores de densidade de nós e de modulação (σ, m) que permite obter a máxima capacidade de transmissão para a rede secundária atendendo este requisito. O valor de $\sigma = \sigma_{m\epsilon}$ que satisfaz a condição dada pela Equação

(3.51) é:

$$\begin{aligned}
0 &= \exp(-\chi_2 \sigma 4^{\frac{2}{\alpha} m}) - \theta \\
\theta &= \exp(-\chi_2 \sigma 4^{\frac{2}{\alpha} m}) \\
\ln(\theta) &= -\chi_2 \sigma 4^{\frac{2}{\alpha} m} \\
\sigma_{m\epsilon} &= \frac{-\ln(\theta)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m}}
\end{aligned} \tag{3.52}$$

Então a probabilidade de *outage* dos usuários secundários ficará restrita ao valor ϵ se

$$\sigma_{m\epsilon} \leq \frac{-\ln(\theta)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m}} \tag{3.53}$$

A capacidade de transmissão da rede secundária com restrição (3.21) pode ser expressa como:

$$C_{m\sigma\epsilon} = \chi_0 m \sigma_{m\epsilon} \exp\left(-\chi_2 \sigma_{m\epsilon} 4^{\frac{2}{\alpha} m}\right). \tag{3.54}$$

Supõe-se agora que σ é fixo e que satisfaz a condição dada pela Equação (3.53), e calcula-se a capacidade de transmissão:

$$\begin{aligned}
C_{m\sigma\epsilon} &= -\chi_0 \frac{\ln(\theta)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m}} m \exp\left(\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m} \frac{\ln(\theta)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha} m}}\right) \\
&= -4^{\frac{2}{\alpha} m} m \frac{\chi_0 \theta \ln(\theta)}{\chi_2} \\
&= 4^{\frac{2}{\alpha} m} m \underbrace{\frac{\chi_0 \theta}{\chi_2} \ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}_L,
\end{aligned} \tag{3.55}$$

em que L é constante, já que é função de parâmetros constantes:

$$L = \frac{\chi_0 \theta}{\chi_2} \ln\left(\frac{1}{\theta}\right) \tag{3.56}$$

Definida a expressão da capacidade de transmissão em função da probabilidade de *outage* máxima permitida ($P_{\epsilon}^{out} \leq \epsilon$), busca-se o valor do fator de modulação $m_{\sigma\epsilon}$ para o qual a capacidade de transmissão é máxima. Para isto calcula-se a raiz da derivada de primeira ordem da Equação (3.55):

$$\frac{\partial}{\partial m} C_{m\sigma\epsilon} = L \cdot 4^{-m \frac{2}{\alpha}} \left(1 - m \ln(4^{\frac{2}{\alpha}})\right) = 0 \tag{3.57}$$

A capacidade de transmissão secundária máxima será obtida para

$$m_{\sigma\epsilon}^* = \frac{1}{\ln(4^{\frac{2}{\alpha}})} = \frac{\alpha}{2 \ln(4)} \tag{3.58}$$

A seguir calcula-se o valor da derivada de segunda ordem da função capacidade de transmissão com restrição, para verificar se o valor de $m_{\sigma\epsilon}$ encontrado na Equação (3.58) é de máximo ou de mínimo

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma\epsilon} &= 4^{-\frac{2}{\alpha} m} L \ln\left(4^{\frac{2}{\alpha}}\right) \left[-2 + m \ln\left(4^{\frac{2}{\alpha}}\right)\right] \\
&= -e^{-1} L \ln\left(4^{\frac{2}{\alpha}}\right)
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Como o resultado da derivada de segunda ordem (3.59) calculada no ponto $m_{\sigma\epsilon}$ é negativo, este é um ponto de máximo da Equação (3.55) sob a condição de que a probabilidade de *outage* fique limitada a ϵ .

A seguir, calcula-se o valor de $\sigma_{m\epsilon}$:

$$\begin{aligned}\sigma_{m\epsilon} &= \left. \frac{-\ln(\theta)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m} \right|_{m=m_{\sigma\epsilon}} \\ \sigma_{m\epsilon}^* &= \frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{e \chi_2}\end{aligned}\quad (3.60)$$

Usando as Equações (3.58) e (3.60), e substituindo os valores de χ_2 e κ , tem-se, respectivamente, os valores de $\sigma_{m\epsilon}$ e $m_{\sigma\epsilon}$ para que a probabilidade de *outage* seja limitada a ϵ :

$$\begin{aligned}\sigma_{m\epsilon}^* &= \frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{e \chi_2} \\ &= \frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}} \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{e 2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]}\end{aligned}\quad (3.61)$$

e

$$m_{\sigma\epsilon}^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} \right\rfloor. \quad (3.62)$$

que é o mesmo valor do m obtido para capacidade de transmissão máxima sem restrição de probabilidade de *outage* (3.38).

A probabilidade de *outage* com restrição calculada para o ponto $\sigma_{m\epsilon}, m_{\sigma\epsilon}$ é dada por:

$$\begin{aligned}P_{m\sigma\epsilon}^{out} &= 1 - \exp\left(-\chi_2 \sigma_{m\epsilon} 4^{\frac{2}{\alpha}} m\right) \\ &= 1 - \exp[\ln(\theta)] = \epsilon\end{aligned}\quad (3.63)$$

Obtidos os valores de $\sigma_{m\epsilon}$ e $m_{\sigma\epsilon}$, pode-se calcular a máxima capacidade de transmissão (3.54) que será obtida quando houver restrição para o valor da probabilidade de *outage*:

$$\begin{aligned}C_{m\sigma\epsilon}^* &= 4^{-m} \frac{2}{\alpha} m \frac{-\chi_0 \theta}{\chi_2} \ln(\theta) \\ &= \frac{\alpha \chi_0}{e 2 \chi_2 \ln(4)} \theta \ln\left(\frac{1}{\theta}\right),\end{aligned}\quad (3.64)$$

que é função da restrição da probabilidade de *outage*, pois $\theta = 1 - \epsilon$.

Da Equação (3.64) obtém-se o valor da capacidade de transmissão com restrição da probabilidade de *outage* substituindo os valores de χ_0 e χ_2 :

$$C_{m\sigma\epsilon}^* = \frac{B \lambda_1 \alpha^2 \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{e 2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \ln(4) \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]} \theta \ln\left(\frac{1}{\theta}\right), \quad (3.65)$$

Portanto, o cálculo do fator densidade de nós σ para que se obtenha a capacidade de transmissão máxima da rede secundária pode ser feito de duas formas quanto à probabilidade de *outage*:

1. Sem restrição: não há limite máximo para a probabilidade de *outage*, calculada conforme (3.48) e que pode ser superior a ϵ para σ dado por (3.33):

$$\sigma_m^* = \frac{1}{e \chi_2} \quad (3.66)$$

2. Com restrição: a probabilidade de *outage* deve ser inferior a ϵ , e o valor de σ leva em conta este valor:

$$\sigma_{m\epsilon}^* = \frac{1}{e \chi_2} \left(\frac{1}{\theta} \right). \quad (3.67)$$

O fator de modulação $m_{\sigma\epsilon}^* = m_{m\sigma}^* = \frac{\alpha}{2 \ln(4)}$ é o mesmo para o caso de haver ou não restrição ao valor da probabilidade de *outage*.

Pode-se avaliar o efeito de limitar a probabilidade de *outage* para um sistema que pode ajustar sua ordem de modulação juntamente com a densidade de nós/ potência de transmissão, lembrando que cada um dos sistemas irá operar usando uma densidade de nós diferente, adequada para obtenção da máxima capacidade de transmissão com ou sem restrição de probabilidade de *outage*. Isto é feito através das seguintes considerações:

1. Comparação entre os valores das densidades σ_m^* e $\sigma_{m\epsilon}^*$ que levam o sistema a atingir sua capacidade de transmissão máxima:

$$\frac{\sigma_m^*}{\sigma_{m\epsilon}^*} = \frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2 e} \chi_2 e = \frac{1}{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)} \quad (3.68)$$

ou seja, a quanto maior a restrição à probabilidade de *outage* mais acentuada é diminuição da densidade de nós possível de ser transmitida, impactando severamente a capacidade de transmissão resultante, conforme mostrado no item a seguir:

2. Comparação entre os valores de capacidade de transmissão sem restrição $C_{m\sigma}^*$ e com restrição $C_{m\sigma\epsilon}^*$:

$$\frac{C_{m\sigma}^*}{C_{m\sigma\epsilon}^*} = \frac{1}{e \theta \ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}. \quad (3.69)$$

A Figura 3.14 mostra a variação de valores obtidos para a relação entre as capacidades de transmissão sem restrição e com a restrição na probabilidade de *outage* (que depende somente do valor de $\epsilon = 1 - \theta$, sendo independente de outros parâmetros). Deve-se observar que quando o valor do limite da probabilidade de *outage* for próximo ao valor obtido para o sistema sem restrição e^{-1} (3.63), a relação entre as capacidades de transmissão (sem restrição e com restrição) é próxima da unidade. Se a restrição ϵ for pequena, aproximando-se de zero, a capacidade de transmissão resultante com restrição diminui, sendo que para $\theta \approx 0.95$ chega a ser mais de sete vezes menor do que a capacidade de transmissão sem restrição:

$$\frac{C_{m\sigma}^*}{C_{m\sigma\epsilon}^*} = \frac{1}{e \theta \ln\left(\frac{1}{\theta}\right)} \Big|_{\theta=0.95} \approx 7,5. \quad (3.70)$$

Conclui-se que a restrição da probabilidade de *outage* não resulta em sistema com melhor desempenho para a capacidade de transmissão, e este resultado independe dos parâmetros da rede secundária, sendo função unicamente do requisito de máxima probabilidade de *outage*.

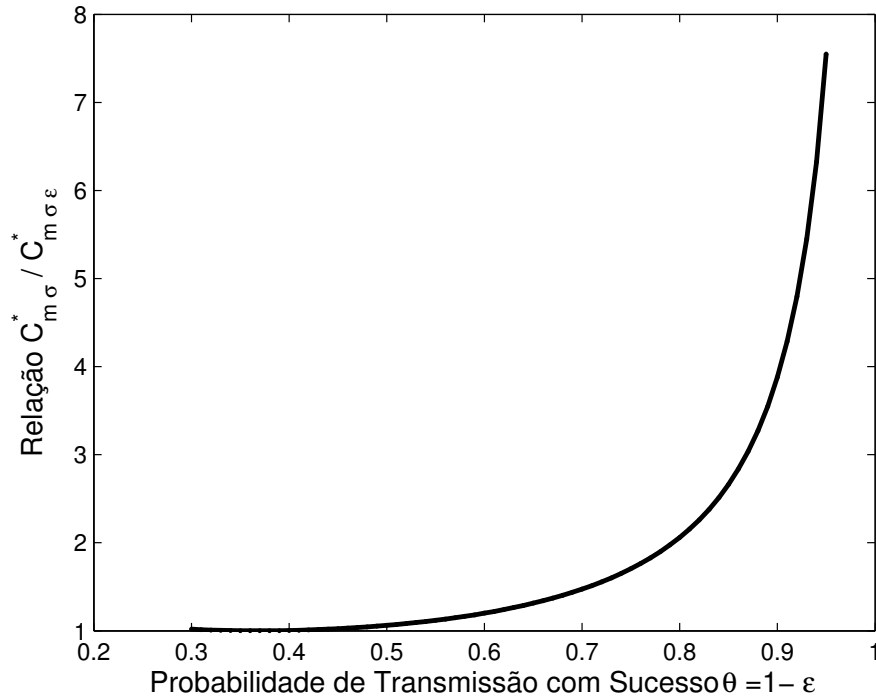


Figura 3.14: Relação entre Capacidades de Transmissão do sistema sem restrição à probabilidade de *outage* e o que tem esta propriedade em função do valor da probabilidade de sucesso θ ((3.69)). Resultados superiores à unidade significam que apesar de estar sujeito à maior probabilidade de *outage*, os sistemas sem restrição apresentam maior capacidade de transmissão

3.5 Conclusão

Este Capítulo apresentou outra alternativa para melhorar o desempenho do cenário original do sistema de redes cognitivas definido na Seção 2.2.1, permitindo o ajuste da densidade λ_s juntamente com a potência de transmissão ρ_s dos nós secundários, cujos valores devem manter entre si uma relação fixa definida como K para limitar a interferência causada aos usuários primários. Este procedimento *sempre* permite obter ganho de capacidade de transmissão, embora seu valor exato dependa do valor do conjunto de parâmetros de sistema: expoente de perda de percurso; parâmetros do sistema primário: densidade de nós e potência de transmissão; e parâmetros do sistema secundário: distância de enlace, limiar $SINR$ de transmissão com sucesso.

A seguir, analisou-se a possibilidade de fazer o ajuste simultâneo da densidade de nós e da eficiência espectral, conforme a condição de manter o valor de K (interferência fixa sobre os usuários primários). Usando o modelo matemático de uma função de duas variáveis para análise do sistema secundário capaz de ajustar densidade de nós σ e o fator de modulação m , demonstrou-se que independentemente de quaisquer valores iniciais dos parâmetros da rede cognitiva, existe um ponto de máximo σ_m^*, m_σ^* da função capacidade de transmissão que se pode atingir para a rede de múltiplos usuários secundários em que se ajusta simultaneamente a eficiência espectral, a densidade de nós e a potência de

transmissão conforme as Equações (3.36), (3.45) e (3.46), respectivamente.

Neste ponto de máxima capacidade de transmissão, o valor do fator de modulação m_σ^* é função unicamente do expoente de perda de percurso α . O valor de capacidade de transmissão assim obtido é maior do que os dos cenários analisados anteriormente (somente com ajuste de eficiência espectral e somente com ajuste de densidade de nós). Além disso, a relação entre a capacidade de transmissão com ajuste de m e σ e a que é obtida ajustando-se somente σ é sempre superior à unidade, independentemente do valor de qualquer parâmetro do sistema.

A possibilidade de ajustar parâmetros de sistema de acordo com o ambiente permite buscar o melhor desempenho em cada configuração. No caso da capacidade de transmissão, um aumento de demanda causado por maior densidade de usuários tentando enviar informações pode ser compensado com a redução de potência de transmissão, de forma que a interferência causada aos usuários primários mantenha-se fixa. Da mesma forma, se há uma limitação de potência de transmissão (de forma a otimizar o consumo de energia) o sistema pode permitir acesso de maior número de usuários por unidade de área, e se estas alterações forem acompanhadas de um ajuste de eficiência espectral, o sistema pode obter maior capacidade de transmissão. Utilizado-se valores numéricos, pode-se visualizar graficamente as características deste modelo.

Como o aumento de eficiência espectral causa aumento da probabilidade de *outage*, demonstrou-se que exigindo que o sistema apresente uma probabilidade de sucesso mínima, embora este procedimento limite o ganho da capacidade de transmissão.

Conclui-se que o sistema rádio cognitivo aqui proposto pode aumentar sua capacidade de transmissão em função das condições do ambiente e das demandas dos usuários, podendo ter aplicações em sistemas que demandem disponibilidade de espectro para envio de informações de alta latência, adaptando-se à densidade de terminais solicitando acesso na mesma rede.

Capítulo 4

Maximização de Capacidade com Adaptação à Distância de Enlace de Nós Secundários

O Capítulo 2 apresentou o modelo tipicamente usado para análise de redes cognitivas de múltiplos usuários primários e secundários e analisou o aumento de capacidade dos usuários secundários se estes ajustarem somente sua eficiência espectral (ajuste *simples*). No Capítulo 3 foi apresentado o cenário em que a densidade de nós e a potência de transmissão da rede secundária são ajustados para buscar maior capacidade de transmissão sem que seja aumentada a interferência sobre os usuários primários. Esta análise foi feita com dois cenários modificados: o *simples*, em que se ajustou o par de parâmetros densidade de nós e potência, (que tem uma relação definida entre si de σ , mantendo a modulação original 4-QAM em que $m = 1$); e depois o *composto*, no qual além do σ , ajustou-se também a eficiência espectral ($m > 1$).

Este capítulo prossegue a busca e análise de alternativas para melhorar o desempenho de redes de múltiplos usuários cognitivos em que os secundários operam de maneira oportunista e podem adaptar-se às condições do ambiente. No cenário analisado, os rádios secundários podem adaptar-se à distância de enlace entre transmissor e receptor. Embora a capacidade de transmissão sempre aumente com a diminuição da distância de enlace, a capacidade de transporte é outra métrica que reflete o desempenho do sistema de forma mais objetiva. Será verificado o efeito da adaptação à distância de enlace simultaneamente com o ajuste de eficiência espectral.

4.1 Ajuste da Distância de Enlace da Rede Secundária

Propõe-se analisar os efeitos do ajuste da distância de enlace r_s entre transmissores e receptores secundários sobre o desempenho geral da rede, já que a transmissão através de um enlace mais curto permite maior probabilidade de sucesso, além de não interferir no valor da interferência percebida pelo usuário primário. Este ajuste na distância de enlace deve-se ao aproveitamento da oportunidade de melhoria de desempenho por parte da rede secundária, ao constatar, através do sensoriamento do ambiente, que a separação entre transmissor e receptor (no momento observado, ou “on the fly”) está menor do que

o valor do *cenário original* descrito na Seção 2.2.1 do Capítulo 2 (pois os terminais são móveis).

O aumento de capacidade de transmissão quando há diminuição na distância de enlace é um efeito esperado em uma rede sem fio. Para que seja levada em conta a dificuldade de vencer a distância entre transmissor e receptor para enviar a informação, utiliza-se a métrica capacidade de transporte definida pela equação (2.15) na avaliação de desempenho.

4.1.1 Capacidades de Transmissão e de Transporte no Cenário com Adaptação à Distância de Enlace

Da mesma forma que feito para o caso da mudança de densidade de nós e de potência de transmissão no Capítulo 3, supõe-se o sistema cognitivo na configuração *cenário original* em que as redes primária e secundária operam satisfatoriamente, sendo que a rede secundária usa a modulação de ordem mais baixa, 4-QAM. Supõe-se que todos os parâmetros secundários sejam fixos, exceto a distância de enlace r_1 secundária (devido ao movimento dos usuários), que resulta no *cenário modificado*, no qual a nova distância de enlace r_v é dada por

$$r_v = \delta r_1 \quad (4.1)$$

em que δ é chamado fator distância de enlace. Como o cenário supõe usuários móveis, a distância de enlace muda à medida em que o terminal altera sua posição. Quando há menor distância de enlace, o sinal chega com maior potência ao receptor, e esta vantagem pode ser aproveitada para aumentar a eficiência espectral e consequentemente a capacidade de transporte. Quando a distância de enlace aumenta, o sistema secundário que estiver operando com uma modulação mais alta pode reduzir sua eficiência espectral buscando o ponto de operação de maior capacidade de transporte para aquela distância.

A capacidade de transmissão do sistema secundário do *cenário original* é dada pela equação (2.23). Supõe-se que a distância de enlace mude de r_1 para r_v , e como os demais parâmetros da rede secundária (λ_1 , ρ_1 , β_1) e primária (λ_p e ρ_p) não se alteram, a interferência causada pelo sistema secundário sobre a rede primária mantém-se constante. Para este *cenário modificado*, em que a nova distância de enlace é dada por (4.1), a capacidade de transmissão da rede secundária (2.23) torna-se:

$$C_\delta = 2 B \lambda_1 \exp \left[-\frac{\beta_1 \delta^\alpha r_1^\alpha}{\rho_1} N_0 - 2 \pi \kappa \delta^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \quad (4.2)$$

Tal como feito na análise do Capítulo 3, considera-se que o efeito do ruído é desprezível quando comparado ao da interferência, e que, para facilidade de manipulação, os parâmetros fixos de (4.2) são substituídos pelas igualdades definidas das Equações (2.39) e (2.40):

$$C_\delta = \chi_0 \exp [-\chi_1 \delta^2] \quad (4.3)$$

Observa-se que (4.3) é uma função exponencial negativa, portanto monotônica e sem ponto de máximo ou de mínimo, sendo coerente com o fato de que a diminuição da distância de enlace sempre leva à menor probabilidade de *outage* e aumento da capacidade

de transmissão da rede. O ajuste da distância de enlace de transmissores secundários permite obter diferentes desempenhos para a capacidade de transmissão, e para que seja levada em conta a distância para a qual a informação é enviada, avalia-se a capacidade de transporte.

Parte-se do mesmo *cenário original já descrito* e avalia-se o desempenho do *cenário modificado* no qual o único parâmetro alterado é a distância de enlace (r_v no lugar de r_1). Todos os demais parâmetros são mantidos constantes (potência de transmissão ρ_1 , densidade de nós λ_1 , expoente de perda de percurso α e o fator de modulação m).

Se a nova distância de enlace é menor do que a original, há aumento de capacidade de transmissão, pois o sinal transmitido pela secundária sofre menor perda. A capacidade de transporte, que leva em conta a distância percorrida pela informação transmitida, é calculada a partir da equação (2.24).

4.1.2 Definição do Problema: Maximizar Capacidade de Transporte Ajustando δ

A seguir, analisa-se o *cenário modificado* em que a modulação é mantida constante ($m = 1$) e há ajuste da distância de enlace, dada por (4.1). O problema da maximização da capacidade de transporte apresentado na Equação (4.6) pode ser definido como:

$$\begin{aligned} & \underset{\delta}{\text{maximizar}} \quad \Upsilon_{\delta} \\ & \text{sujeito a} \quad \delta > 0, \end{aligned} \quad (4.4)$$

significando que dada uma rede secundária com distância de enlace r compartilhando espectro com uma rede primária, pode-se calcular a distância de enlace que permite obter capacidade de transporte total máxima possível, sem modificar a interferência sofrida pelos usuários primários, sendo que os demais parâmetros da rede são mantidos constantes.

4.1.3 Resultado da Capacidade de Transporte Ajustando δ

Sabendo que o parâmetro δ é definido pela Equação (4.1), usa-se a equação (2.38) supondo que no cenário *original* a modulação é 4-QAM, em que $m = 1$ e $M = 4^m$ e reescreve-se a capacidade de transporte da rede secundária como:

$$\Upsilon_{\delta} = 2 B \delta r_1 \lambda_1 \exp \left[-2\pi \kappa r_1^2 \delta^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right], \quad (4.5)$$

pois β_1 , ρ_1 , λ_1 , α , ρ_p e λ_p são mantidos constantes.

Reescrevendo (4.5) substituindo os parâmetros pelas igualdades definidas nas Equações (2.40), e (2.43), obtém-se:

$$\Upsilon_{\delta} = \chi_4 \delta \exp \left[-\chi_1 \delta^2 \right]. \quad (4.6)$$

Usando os parâmetros da Tabela 2.1, pode-se verificar em linhas gerais o comportamento da função capacidade de transporte quando se ajusta somente o fator distância de enlace δ da equação (4.5), conforme mostra a Figura 4.1

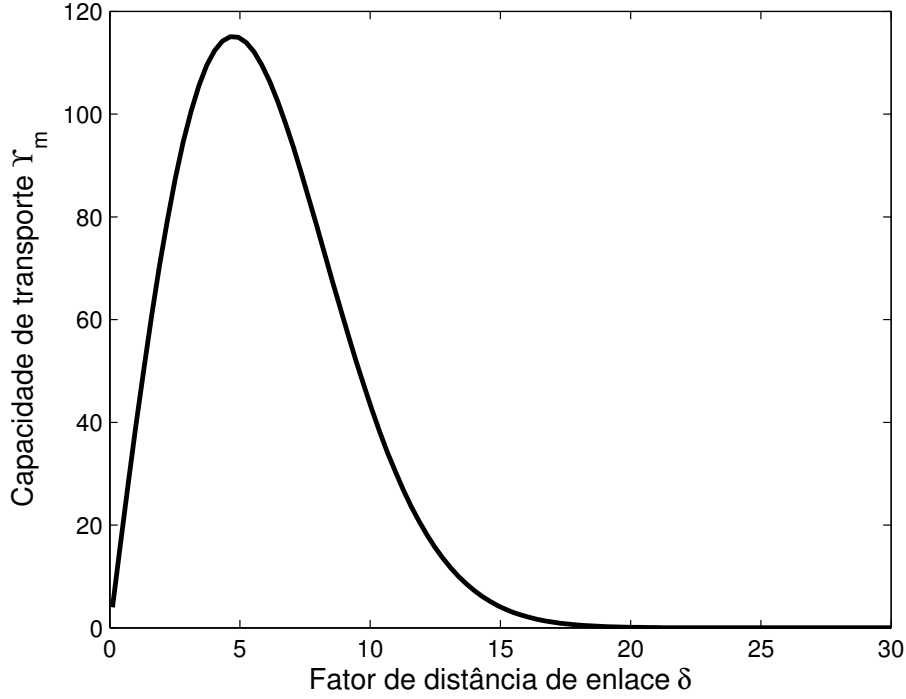


Figura 4.1: Variação da Capacidade de Transporte em Função do Fator de distância de enlace δ , sem mudar a eficiência espectral conforme a Equação (4.5).

Para verificar se (4.6) tem um ponto crítico, deve-se calcular a raiz da sua derivada de primeira ordem em relação a δ :

$$\frac{d}{d\delta} \Upsilon_{\delta} = \chi_4 \exp(-\chi_1 \delta^2) (1 - 2 \chi_1 \delta^2) = 0. \quad (4.7)$$

que permite obter a coordenada do ponto crítico

$$\delta^* = \sqrt{\frac{1}{2 \chi_1}}. \quad (4.8)$$

Para verificar se o ponto crítico definido na Equação (4.8) é máximo ou mínimo, calcula-se a derivada de segunda ordem em relação a δ da função capacidade de transporte Υ_{δ} dada pela equação (4.6) substituindo a variável δ pelo valor do ponto crítico encontrado na Equação (4.8):

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{d\delta^2} \Upsilon_{\delta} &= -2 \chi_1 \chi_4 \delta \exp(-\chi_1 \delta^2) (3 - 2 \chi_1 \delta^2) \\ &= -2 \chi_4 \sqrt{2 \chi_1} \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \end{aligned} \quad (4.9)$$

Como o resultado obtido em (4.9) é negativo, o ponto crítico determinado na Equação (4.8) é um ponto de máximo. Pode-se ter uma estimativa do maior valor possível de capacidade de transporte com a nova distância de enlace r_v substituindo-se o valor de

δ dado por (4.8) na equação (4.6):

$$\Upsilon_{\delta}^* = \frac{\chi_4}{\sqrt{2} \chi_1} \exp\left(-\chi_1 \frac{1}{2 \chi_1}\right) = \frac{\chi_4}{\sqrt{2} \chi_1} \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad (4.10)$$

Substituindo os valores de χ_1 , χ_4 e κ na Equação (4.10), obtém-se o maior valor possível de capacidade de transporte que se pode obter com o novo fator de distância de enlace δ , em função dos parâmetros da rede secundária:

$$\Upsilon_{\delta}^* = \frac{B \lambda_1}{\pi \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right), \quad (4.11)$$

Conclui-se que existe um fator δ (4.8) que define o quanto se deve alterar a distância de enlace secundária para obter máxima capacidade de transporte do secundário. (4.11).

4.1.4 Ganho na Capacidade de Transporte Ajustando Distância de Enlace

Pode-se calcular o quanto cresce a capacidade de transporte quando se ajusta o fator distância de enlace, comparando-se o resultado de (4.10) com o que seria obtido sem este ajuste na Equação (2.45) (em que $m = 1$), substituindo os parâmetros κ , χ_1 e χ_4 . Para capacidade de transporte tem-se:

$$\frac{\Upsilon_{\delta}^*}{\Upsilon} = \frac{\exp(\chi_1)}{\sqrt{2} \chi_1} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \quad (4.12)$$

em que χ_1 é dado por (2.40). Sabendo-se que χ_1 é um número positivo, pode-se observar como se comporta a função da relação entre as duas capacidades obtidas nas Equações (4.10) e (2.45), independentemente do valor de qualquer outro parâmetro de sistema, apenas fazendo variar o fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral *FISM* χ_1 por toda a gama de valores positivos.

O fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral *FISM* χ_1 é um número positivo. Portanto, nota-se que a função da relação entre as duas capacidades de transporte (4.12) é sempre superior à unidade, independentemente do valor de qualquer parâmetro do sistema primário ou secundário, não importando o valor de χ_1 .

A Figura 4.2-a mostra a variação da relação entre a capacidade de transporte com ajuste de δ e sem este ajuste, em função do fator de interferência da rede sem ajuste de eficiência espectral *FISM* χ_1 . Há uma região de rápida variação para $\delta < 1$. É interessante observar que, de forma análoga ao que foi observado para o cenário com ajuste de densidade de nós do Capítulo 3, no caso aqui analisado também não há nenhum valor do *FISM* χ_1 para o qual a relação entre as capacidades de transporte com ajuste de densidade de nós e sem este ajuste seja inferior à unidade, indicando que esta estratégia mantém ou aumenta a capacidade de transporte, para qualquer valor de *FISM* χ_1 . Portanto, a adaptação à distância de enlace também é uma alternativa interessante para melhorar o desempenho da rede secundária, pois permite o aumento da capacidade de transporte.

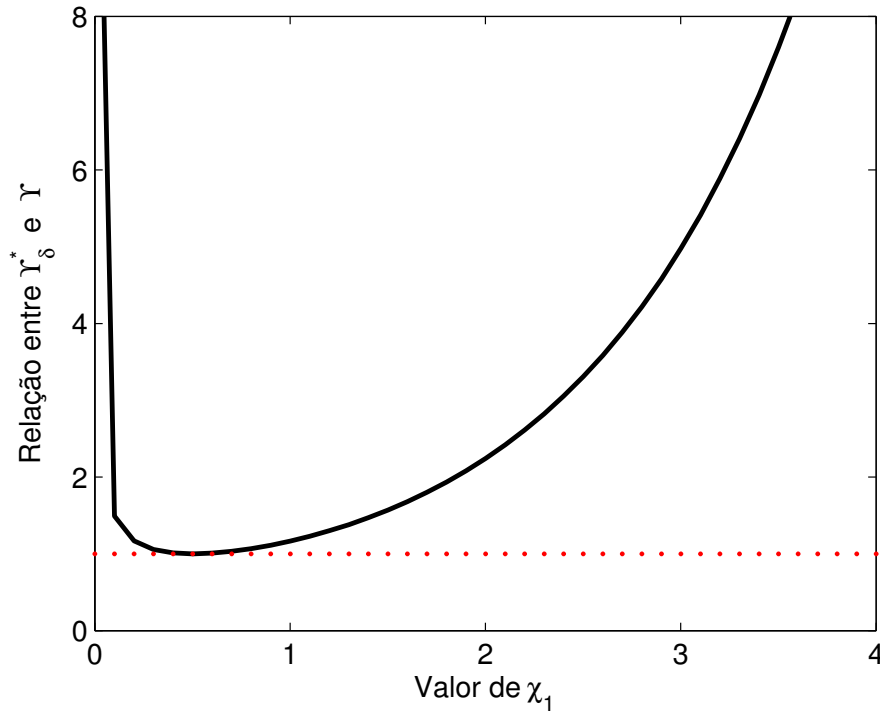


Figura 4.2: Variação da relação entre a capacidade de transporte máxima Υ_δ^* usando ajuste de fator distância de enlace δ e a capacidade de transporte sem ajuste Υ , em função do *FISM* χ_1 (fator de interferência da rede sem ajuste eficiência espectral), para vários valores de α , conforme a equação (4.12).

4.2 Adaptação à Distância de Enlace e Ajuste de Eficiência Espectral

Nesta seção demonstra-se que o uso de ajuste da modulação tal como definido no Capítulo 2 juntamente com o ajuste da distância de enlace permite obter melhor desempenho de sistema.

4.2.1 Variação da Capacidade de Transmissão: Observação Inicial

A seção 4.1 mostrou que no cenário em que a rede secundária ajusta apenas a distância de enlace, a capacidade de transmissão resultante é uma função monotônica, aumentando quando δ diminui.

A seguir, verifica-se como se comporta a rede que pode ajustar a eficiência espectral juntamente com o fator distância de enlace. Como o aumento de ordem de modulação conforme apresentado no Capítulo 2 resulta no aumento da probabilidade de *outage*, e a diminuição do fator distância de enlace δ tem o efeito contrário, busca-se encontrar um ponto de ótimo para a capacidade de transmissão.

Numa primeira análise observa-se o que ocorre na rede secundária inicialmente em equilíbrio, transmitindo dados com modulação 4-QAM, potência ρ_1 e densidade de nós λ_1 ,

limiar $SINR$ de β_1 e distância de enlace inicial de r_1 , que aumenta sua eficiência espectral para $M - QAM$, onde $M = 4^m$ quando a distância de enlace e o limiar $SINR$ mudam respectivamente para r_m e para $\beta_m = 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \beta_1$, conforme a equação (2.29).

Para que a capacidade de transmissão da rede aumente, é preciso que a relação entre a nova capacidade de transmissão $C_{m\delta}$ e a capacidade do sistema original C_1 seja superior à unidade:

$$\begin{aligned} \frac{C_{m\delta}}{C_1} &= \frac{2 B m \lambda_1 (P_{m\delta}^{suc})}{2 B \lambda_1 (P_1^{suc})} \\ &= m \exp \left[\frac{\beta_1 N_0}{\rho_1} (r_1^\alpha - 4^{m-1} r_m^\alpha) \right] \exp \left[\frac{2 \pi^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin(\frac{2\pi}{\alpha})} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) (r_1^2 - 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} r_m^2) \right] \end{aligned} \quad (4.13)$$

Dependendo do valor dos argumentos das funções exponenciais do ruído e da interferência, há ganho de capacidade. Observa-se que existe uma condição em que ambos são maiores do que a unidade:

- Para o termo de ruído:

$$\begin{aligned} r_1^\alpha - 4^{m-1} r_m^\alpha &\geq 0 \\ \frac{r_m}{r_1} &\leq 4^{\frac{1-m}{\alpha}}. \end{aligned} \quad (4.14)$$

- Para o termo de interferência:

$$\begin{aligned} r_1^2 - 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} r_m^2 &\geq 0 \\ \frac{r_m}{r_1} &\leq 4^{\frac{1-m}{\alpha}}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Para que a capacidade de transmissão do *cenário modificado* seja superior à do *cenário original* (bem como a probabilidade de sucesso na transmissão), é necessário que seja verificada a seguinte condição:

$$r_m \leq r_1 4^{\frac{1-m}{\alpha}}, \quad (4.16)$$

que conforme esperado, indica que o aumento da eficiência espectral implica em diminuir a distância de enlace $r_m < r_1$, ou seja, o valor de δ deve ser inferior à unidade.

Este resultado também pode ser analisado com busca do ponto crítico da função. A capacidade de transmissão pode ser expressa conforme a equação (2.37), substituindo-se a nova distância de enlace por $\delta \cdot r_1$ (4.1):

$$C_{m\delta} = 2 m B \lambda_m \exp \left\{ -2 \pi \kappa \delta^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\}. \quad (4.17)$$

Pode-se definir o problema da maximização da capacidade de transmissão como:

$$\begin{aligned} &\underset{m, \delta}{\text{maximizar}} && C_{m\delta} \\ &\text{sujeito a} && m = 1, 2, \dots, \\ &&& r_t > 0. \end{aligned} \quad (4.18)$$

Para facilidade de manipulação, substituem-se os parâmetros fixos da equação (4.17) conforme χ_0 , χ_2 e χ_3 :

$$C_{m\delta} = \chi_0 m \exp \left[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m} \right] \quad (4.19)$$

Por inspeção, verifica-se que a função dada pela equação (4.19) é monotônica em relação à variável δ e portanto não apresenta ponto de máximo ou de mínimo. Isto é um resultado esperado, já que menores distâncias de enlace sempre permitem recepção com menos erros. Porém o mesmo não acontece para a variável fator de modulação m , cuja derivada parcial de primeira ordem é dada por:

$$\frac{d}{d m} C_{m\delta} = \chi_0 \exp \left[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m} \right] (1 - \chi_2 \chi_3 \delta^2 m \ln(4) 4^{\chi_3 m}) \quad (4.20)$$

que apresenta um ponto crítico teórico dado por:

$$m_{C\delta} = \frac{\alpha W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right)}{2 \ln(4)}, \quad (4.21)$$

Isto significa que há um fator de modulação (inteiro) que permite obter capacidade de transmissão máxima:

$$m_{C\delta\nu} = \left\lfloor \frac{\alpha W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right)}{2 \ln(4)} \right\rfloor, \quad (4.22)$$

Este resultado indica que embora haja um fator de modulação que leve à máxima capacidade de transmissão, seu valor é função dos demais parâmetros da rede (distância de enlace, potência de transmissão, densidade de nós e limiar para transmissão com sucesso do secundário, potência de transmissão e densidade de nós do primário, além do expoente de perda de percurso), que são os fatores que compõem o fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral $FICM$ χ_2 dado por (2.41). No entanto, não há um valor de δ que permita obter a capacidade de transmissão máxima, pois a função C_δ é monotônica em função de δ . Quando se usa a ordem de modulação correspondente ao fator $m_{C\delta}$ obtido na Equação (4.21), a capacidade de transmissão otimizada resultante é:

$$C_{m\delta} = \frac{\chi_0 \alpha}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right) \exp \left[\chi_2 \delta^2 W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right) \right] \quad (4.23)$$

A seguir, verifica-se em linhas gerais o comportamento da função capacidade de transmissão otimizada com ajuste do fator de modulação m definida por C_δ (4.23) em relação à capacidade de transmissão sem nenhum ajuste C definida por (2.44), em que $m = 1$ e $\chi_1 = \chi_2 \times 4^{-\frac{2}{\alpha}}$. Se a relação entre as duas capacidades for superior à unidade, há ganho de capacidade de transmissão:

$$\frac{C_{m\delta}}{C} = \frac{\alpha \exp(\chi_2)}{2 \ln(4)} W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right) \exp \left[\chi_2 \delta^2 W \left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2} \right) \right] > 1. \quad (4.24)$$

Pode-se avaliar de forma geral este resultado supondo um valor prático de expoente de perda de percurso (por exemplo $\alpha = 4$), e verificando o comportamento da função para

variações de δ e de χ_2 no entorno de valores próximos aos obtidos de um caso prático: para *FICM* (fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral) supõe-se $0.001 \leq \chi_2 \leq 0,1$ e para fator de distância de enlace $0.1 \leq \delta \leq 1$. Observar que na Tabela 2.1 $\chi_2 = 0,011$, e que $\delta = 1$ significa que a distância de enlace é fixa. Supõe-se que a eficiência espectral está otimizada, com fator de modulação dado por (4.21).

A Figura 4.3-a mostra o ganho de capacidade de transmissão em função de χ_2 para três valores de δ , supondo que a distância de enlace diminui, que fica constante ou que aumenta. Observa-se que para distância de enlace $\delta < 1$, sempre há ganho de capacidade no caso de valores próximos ao valor prático de $\chi_2 < 0.2$, o que era esperado.

A Figura 4.3-b mostra o ganho de capacidade de transmissão em função de δ , indicando que para valores adequados de χ_2 a capacidade de transmissão pode aumentar mesmo com aumento da distância de enlace. No entanto, a certeza do aumento de capacidade de transmissão para qualquer valor de χ_2 supõe que deve haver diminuição do fator distância de enlace δ .

4.2.2 Definição do Problema: Aumentar Capacidade de Transporte Ajustando δ e m

Embora a adaptação à distância de enlace permita obter maior capacidade de transmissão, há outro aspecto que deve ser analisado: distância de enlace menor faz com que a informação seja transmitida a uma distância menor, o que significa menor capacidade de transporte para este cenário. Sendo assim, a métrica “capacidade de transmissão” é insuficiente para informar sobre o desempenho da rede, pois a distância de enlace menor limita a distância do envio da informação. A métrica mais adequada para comparação de desempenho é portanto a “capacidade de transporte”, que informa sobre o alcance do envio da transmissão desejada. A capacidade de transporte cuja eficiência espectral pode ser ajustada é expressa como (2.38), e substituindo-se a nova distância de enlace por $r_m = \delta r_1$ (4.1) e o novo limiar de transmissão com sucesso $\beta_m = \beta_1 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)}$, obtém-se a capacidade de transporte para sistema em que m e δ podem variar:

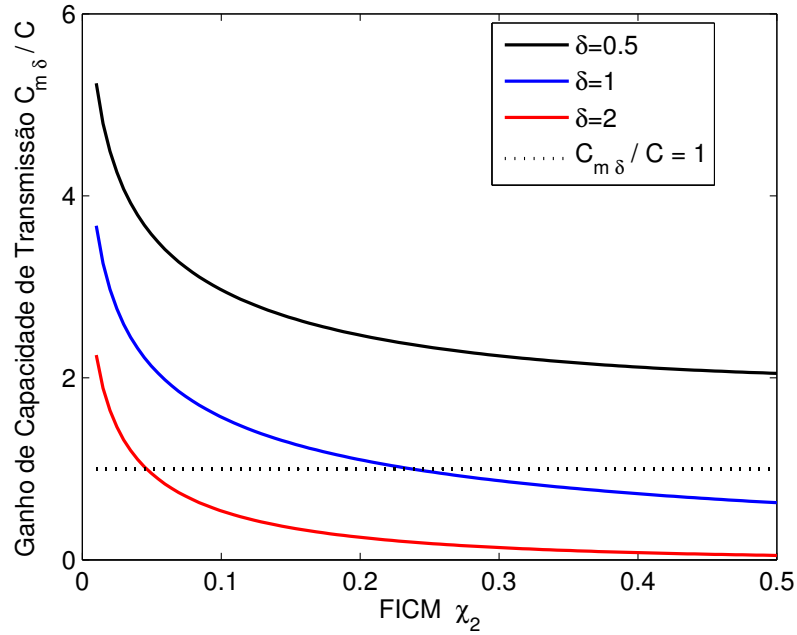
$$\Upsilon_{m\delta} = 2 m B \delta r_1 \lambda_1 \exp \left\{ -2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} \delta^2 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\} \quad (4.25)$$

Para facilidade de manipulação, substituem-se os parâmetros fixos conforme χ_2 , χ_3 e χ_4 , obtendo-se a função de duas variáveis (δ e m):

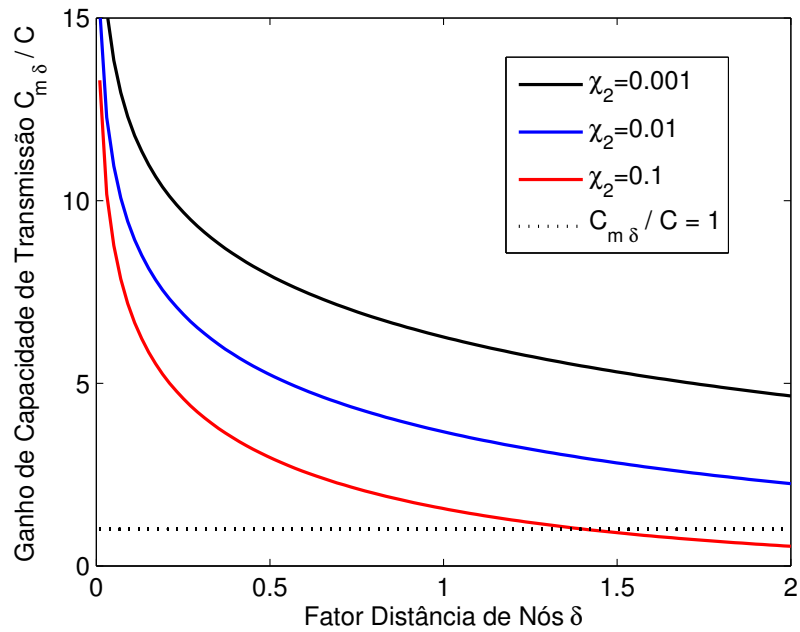
$$\Upsilon_{m\delta} = \chi_4 \delta m \exp \left[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m} \right]. \quad (4.26)$$

Pode-se definir o problema da maximização da capacidade de transporte com ajuste de eficiência espectral e de distância de enlace (4.1) como:

$$\begin{aligned} & \underset{m\delta}{\text{maximizar}} && \Upsilon_{m\delta} \\ & \text{sujeito a} && m = 1, 2, \dots, \\ & && r_t > 0. \end{aligned} \quad (4.27)$$



(a) Relação entre o ganho de capacidade de transmissão em função do $FICM \chi_2$ para diferentes valores de δ



(b) Relação entre o ganho de capacidade de transmissão em função de δ para diferentes valores de $FICM \chi_2$

Figura 4.3: Comparação entre desempenhos de capacidade de transmissão com adaptação à distância de enlace da rede e ajuste de eficiência espectral, e apenas com adaptação à distância de enlace, em função do fator distância de enlace δ e do fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral $FICM \chi_2$. A linha pontilhada indica o limiar acima do qual há ganho de capacidade de transmissão $C_{m\delta} > C$.

O comportamento geral da métrica dada por $\Upsilon_{m\delta}$ pode ser observado verificando o quanto o ajuste de eficiência espectral influi no valor do fator de distância de enlace para obter máxima capacidade de transporte (e vice-versa). Para saber se há um ponto de máxima capacidade de transporte, buscam-se coordenadas do ponto crítico calculando as derivadas parciais de primeira ordem de capacidade de transporte $\Upsilon_{m\delta}$ para ambas as variáveis. Para o fator distância de enlace δ , tem-se:

$$\frac{d\partial}{\partial\delta} \Upsilon_{m\delta} = -\chi_4 m \exp[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m}] (1 - 2 \chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m}) = 0, \quad (4.28)$$

cuja raiz é:

$$\delta_m = \sqrt{\frac{1}{2 \chi_2 4^{\chi_3 m}}}. \quad (4.29)$$

que fornece os valores ótimos de δ (que permitem maior capacidade de transporte possível) para cada valor de m .

Para o valor teórico (contínuo) do fator de modulação m , deve-se ter:

$$\frac{\partial}{\partial m} \Upsilon_{m\delta} = \chi_4 \delta \exp[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m}] (1 - m \chi_2 \chi_3 \delta^2 \ln(4) 4^{\chi_3 m}) = 0, \quad (4.30)$$

cuja raiz é:

$$m_\delta = \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right), \quad (4.31)$$

que fornece os valores teóricos ótimos de m (que permitem maior capacidade de transporte possível) para cada valor de δ . Levando-se em conta que m_δ só pode assumir valores inteiros, é necessário aproximar o resultado obtido na equação (4.31) pelo número inteiro mais próximo. Portanto a ordem de modulação resultante $m_{\delta\nu}$ é dada por:

$$m_{\delta\nu} = \left\lfloor \frac{\alpha}{2 \ln(4)} W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right) \right\rfloor, \quad (4.32)$$

que é o número inteiro mais próximo de m_δ

4.2.3 Capacidade de Transporte Ótima

Tal como feito para o caso da capacidade de transmissão, é possível fazer uma análise rápida de como uma das variáveis influencia o valor da outra atribuindo-se valores típicos aos parâmetros do sistema conforme a Tabela 2.1, e observando os resultados.

Quando um dos parâmetros é fixo (δ ou m), pode-se encontrar o ponto de maior capacidade de transporte variando-se a outra coordenada (m ou δ , respectivamente). Sendo assim, supondo que o fator de modulação é m , a capacidade de transporte máxima é obtida da equação (4.26) substituindo-se o valor de δ dado pela equação (4.29):

$$\begin{aligned} \Upsilon_{m\delta}|_{\delta=\delta_m} &= \chi_4 \sqrt{\frac{1}{2 \chi_2 4^{\chi_3 m}}} m \exp\left[-\chi_2 \left(\frac{1}{2 \chi_2 4^{\chi_3 m}}\right) 4^{\chi_3 m}\right] \\ &= \chi_4 m \sqrt{\frac{1}{2 \chi_2 4^{\chi_3 m}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

que substituindo os valores de χ_2 , χ_3 e χ_4 resulta em:

$$\Upsilon_{m\delta}|_{\delta=\delta_m} = \frac{B \lambda_1 4^{\frac{1}{\alpha}}}{\pi \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{1}{\alpha} m}} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \quad (4.34)$$

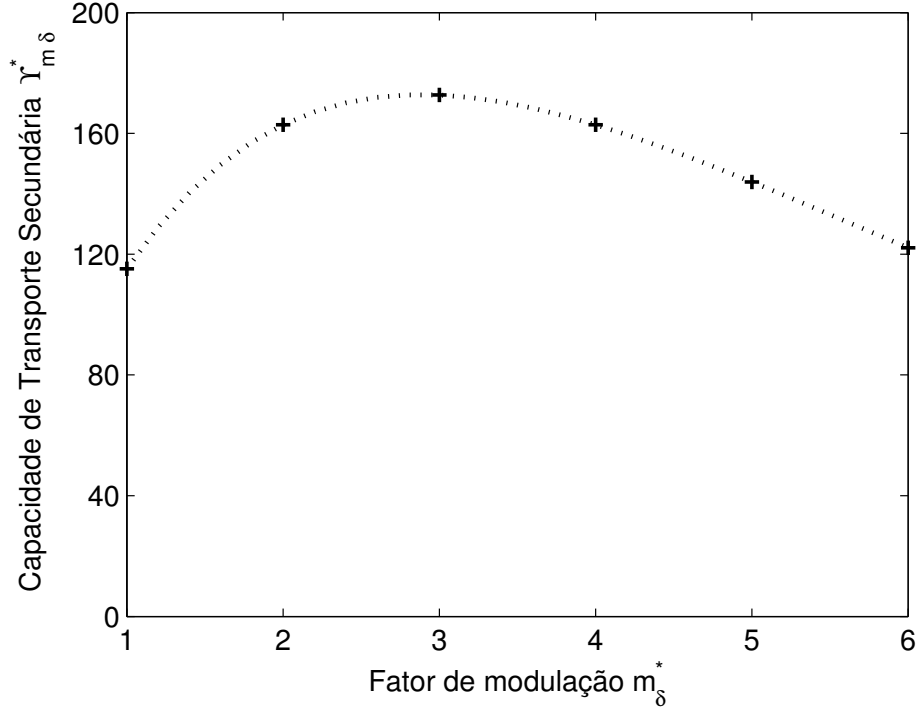


Figura 4.4: Capacidade de transporte máxima atingível em função de m supondo δ otimizado, conforme a Equação (4.34). A linha pontilhada mostra a função teórica de onde são obtidos os pontos de operação para m inteiro (+).

Usando os parâmetros da Tabela 2.1 pode-se observar a variação da capacidade de transporte máxima em relação a m , dado que o fator distância de enlace δ está otimizado. A Figura 4.4 mostra a mudança de capacidade de transporte para vários valores de fator de modulação (m), em que $m \geq 1$ (4.33). Conforme demonstrado nas seções anteriores, observa-se que esta função tem um ponto de máximo para certo m_δ^* , de forma que se pode buscar a capacidade de transporte máxima viável para o fator distância de enlace δ ajustando-se o fator de modulação m .

Para fator distância de enlace δ , a capacidade de transporte máxima é obtida da equação (4.26) substituindo-se o valor de m dado por (4.31):

$$\begin{aligned} \Upsilon_{m\delta}|_{m=m_\delta} &= \frac{\alpha \chi_4 \delta}{2 \ln(4)} W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right) \exp\left[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 2} \frac{W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right)}{\alpha \ln(4)}\right] \\ &= \frac{\alpha \chi_4 \delta}{2 \ln(4)} W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right) \exp\left[-\chi_2 \delta^2 \exp\left(W\left(\frac{1}{\chi_2 \delta^2}\right)\right)\right], \end{aligned} \quad (4.35)$$

que substituindo os valores de χ_2 , χ_3 e χ_4 resulta em:

$$\Upsilon_{m\delta}|_{m=m_\delta} = \frac{B \lambda_1 r_1 \delta \alpha}{\ln(4)} W \left(\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{2 \pi^2 r_1^2 \beta_\alpha^{\frac{2}{\alpha}} \delta^2 \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right)} \right) \times$$

$$\times \exp \left(\frac{-2\pi^2 r_1^2 \beta_\alpha^{\frac{2}{\alpha}} \delta^2}{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) W \left(\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}}}{2\pi^2 r_1^2 \beta_\alpha^{\frac{2}{\alpha}} \delta^2 \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right)} \right) \right) \quad (4.36)$$

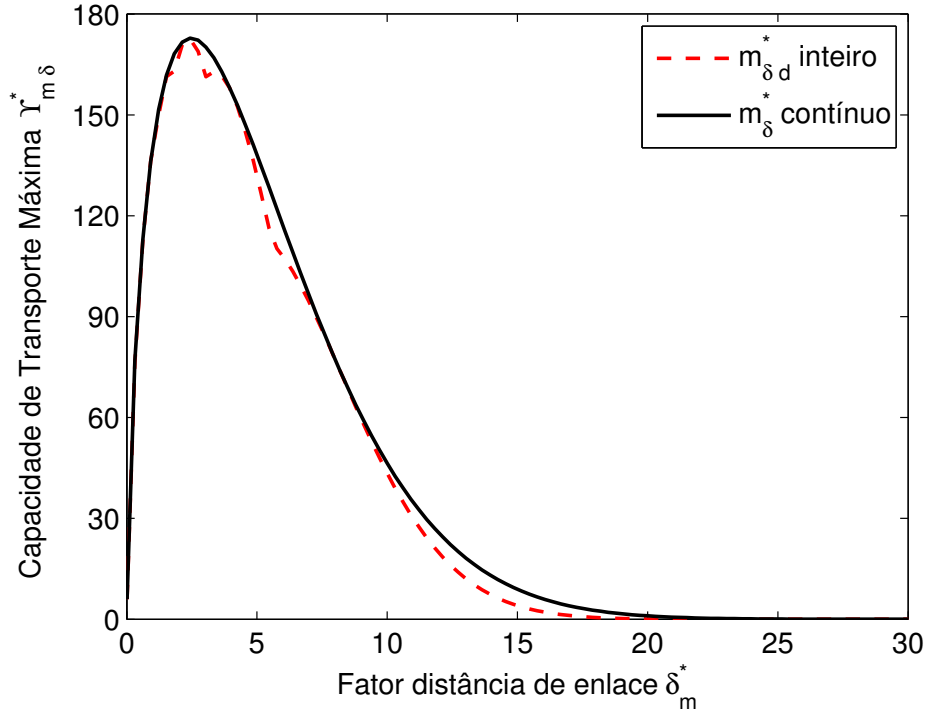


Figura 4.5: Capacidade de transporte máxima atingível para cada δ supondo m_δ otimizado, conforme a Equação (4.36), mostrando resultados para cálculo com m_δ teórico (linha contínua) e seu valor inteiro mais próximo $m_{\delta\nu}$ (linha pontilhada).

A Figura 4.5 mostra o resultado da capacidade de transporte máxima para cada valor de δ , supondo m otimizado conforme a equação (4.36) e usando os parâmetros da Tabela 2.1. A linha contínua indica o resultado teórico obtido para m (4.31) e a linha pontilhada indica o resultado calculado a partir do valor inteiro mais próximo de m (3.26).

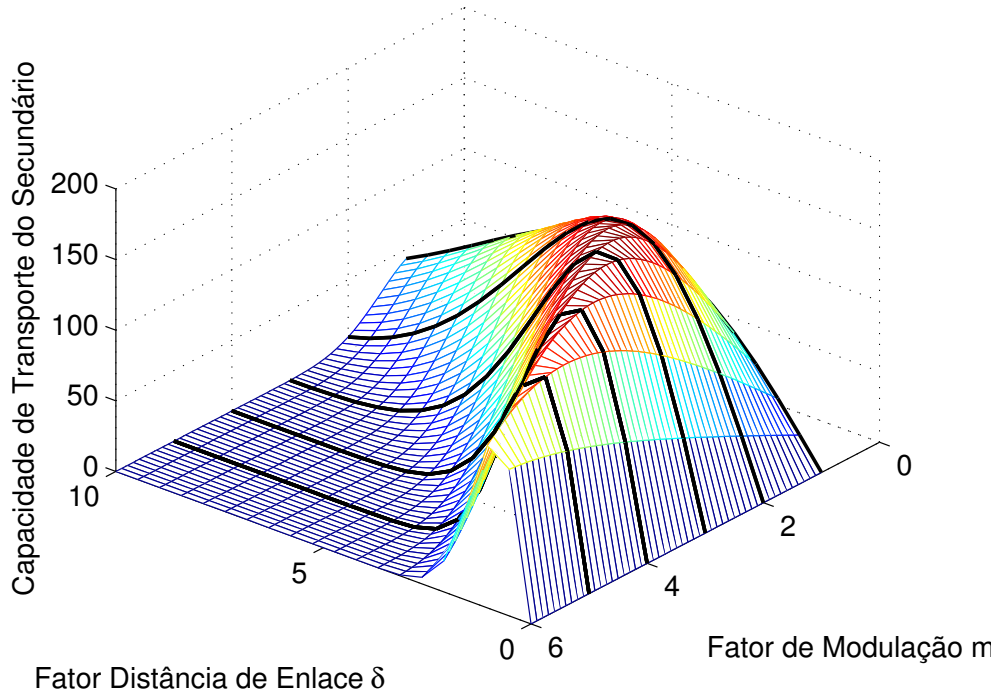


Figura 4.6: Representação no espaço de curvas de nível dos valores de máxima capacidade de transporte secundária $\Upsilon_{m\delta}$ para cada fator de modulação m supondo fator distância de enlace δ_m otimizado.

A Figura 4.6 mostra o comportamento global da capacidade de transporte secundária. As curvas de nível indicam os valores da função obtidos para cada valor de fator de modulação m em função de δ_m otimizado.

No exemplo apresentado com os parâmetros da Tabela 2.1, observa-se é possível obter um ponto de máximo da função capacidade de transporte se forem utilizados os valores adequados de δ e m . Usando técnicas de cálculo de funções de duas variáveis [45], é possível demonstrar que o ponto de máxima capacidade de transporte existe independentemente dos valores de parâmetros apresentados neste exemplo. Estas variações são analisadas na Seção 4.3.

4.2.4 Validação do Modelo Estatístico de Interferência para Cálculo da Capacidade de Transporte

O modelo de interferência da rede analisada foi validado pela simulação da Seção 3.2.3 do Capítulo 3. O mesmo procedimento pode ser utilizado para demonstrar que também no cenário analisado neste Capítulo, em que uma rede PPP primária compartilha o espectro com a rede PPP secundária num ambiente com desvanecimento de Rayleigh, há valores de m e de δ para os quais a capacidade de transporte apresenta valores máximos para cada expoente de perda de percurso analisado.

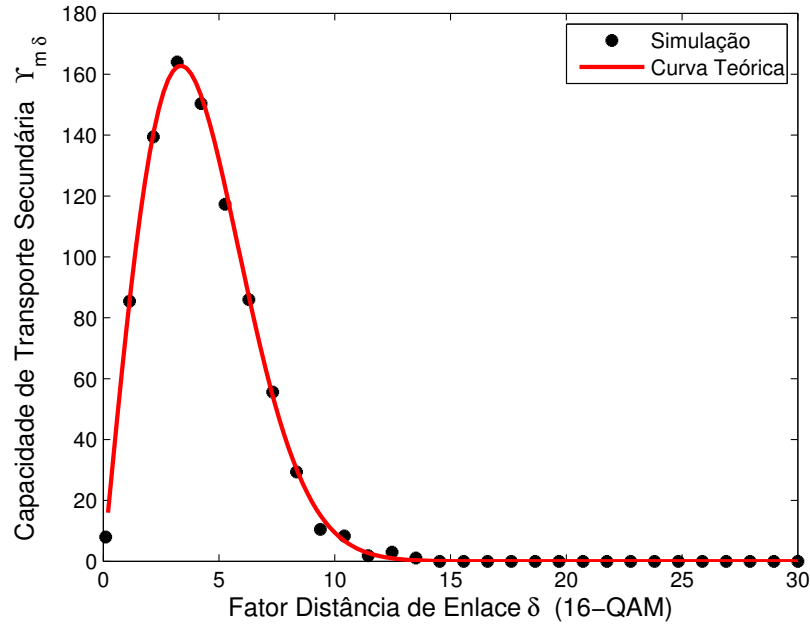
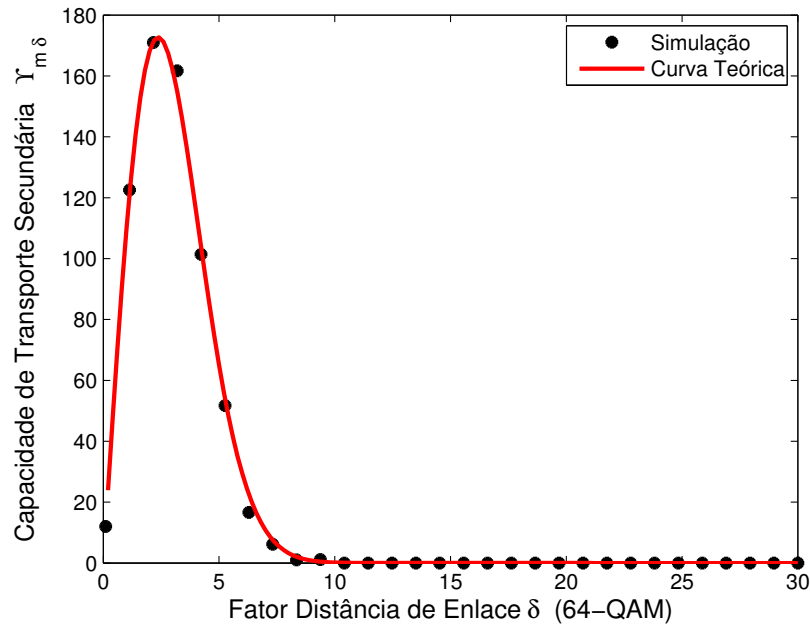
(a) $\Upsilon_{m\delta}$ para modulação 16-QAM(b) $\Upsilon_{m\delta}$ para modulação 64-QAM

Figura 4.7: Comparação entre o resultado teórico da capacidade de transporte e o resultado de simulação em função do fator distância de enlace δ , considerando rede aleatória cujos nós estão distribuídos como PPP com densidade λ_1 e distância de enlace de $\delta \times r_1$ para diferentes fatores de modulação: a) $m=2$ (16-QAM); b) $m=3$ (64-QAM), com parâmetros da Tabela 2.1

Estes resultados podem ser observados na Figura 4.7, que mostra o resultado teórico (linha contínua) dado pela equação (4.25) e os valores obtidos através de simulação para cálculo da interferência, usando como parâmetros fixos os valores da Tabela 2.1, para duas ordens de modulação: 16-QAM e 64-QAM, supondo expoente de perda de percurso $\alpha = 4$.

Observa-se que embora ambos os fatores de modulação permitam atingir valores aproximados para capacidade de transporte máxima, a modulação menor (16-QAM) permite uma gama maior de variação de δ (até cerca de 10 vezes a distância de enlace r_1 para os parâmetros da Tabela 2.1). Já a capacidade de transporte máxima obtida com modulação maior (64-QAM) permite menor variação para o δ (até cerca de 7 vezes r_1).

4.3 Maximização de Capacidade de Transporte Ajustando Distância de Enlace e Eficiência Espectral

A análise a seguir verifica se, tal como no exemplo apresentado com os parâmetros da Tabela 2.1 cujos resultados são mostrados nas Figuras 4.4, 4.5 e 4.6, a escolha de valores adequados para δ e m permite obter a capacidade de transporte máxima.

Sabe-se que as raízes das derivadas parciais de primeira ordem da função de duas variáveis determinam as coordenadas do ponto crítico. No caso da capacidade de transporte Υ , os valores δ_m e m_δ devem ser tais que tornem as Equações (4.28) e (4.30) nulas. Tem-se de um sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned} 1 &= 2 \chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m} \\ 1 &= m \chi_2 \chi_3 \delta^2 \ln(4) 4^{\chi_3 m} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Lembrando que χ_3 é dado por (2.42), e que a equação (4.29) fornece o valor de δ_m em função de m_δ , usa-se a equação (4.37) para obter as coordenadas do ponto crítico da capacidade de transporte secundária. Para o valor contínuo teórico do fator de modulação m_δ , tem-se:

$$m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)}, \quad (4.38)$$

e para o fator distância de enlace δ_m , resulta:

$$\delta_m^* = \frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2}. \quad (4.39)$$

Substituindo χ_2 (2.41), obtém-se δ_m^* em função dos parâmetros do sistema. É possível demonstrar que os valores de fator distância de enlace δ_m^* (4.39) e de fator de modulação m_δ^* (4.38) definem efetivamente um ponto de máxima capacidade de transporte $\Upsilon_{m\delta}^*$, conforme o seguinte teorema:

Teorema 4.1. *A função capacidade de transporte secundária definida por (4.25)*

$$\Upsilon_{m\delta} = 2 m B \delta r_1 \lambda_m \exp \left\{ -2\pi \kappa r_1^2 \delta^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\} \quad (4.40)$$

em que o fator de modulação m e fator distância de enlace δ são variáveis, e os demais parâmetros são fixos, apresenta um único ponto de máximo determinado pelas seguintes coordenadas:

$$\delta_m^* = \frac{4^{\frac{1}{\alpha}}}{e 2 \pi r_1 \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_p \left(\frac{P_p}{P_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1}}, \quad (4.41)$$

e

$$m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)}, \quad (4.42)$$

Prova: Ver o Apêndice B. ■

Substituindo os parâmetros fixos de (4.41) pelas igualdades definidas em (2.41) e (2.42), pode-se expressar o fator distância de enlace para capacidade de transporte máxima como

$$\delta_m^* = \frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2} \quad (4.43)$$

Observa-se que o fator distância de enlace δ_m^* que resulta na máxima capacidade de transporte depende do valor de vários parâmetros do sistema cognitivo (4.41). Tal como observado no caso da capacidade de transmissão, também no caso da capacidade de transporte o fator de modulação m_δ^* que permite obter capacidade de transporte máxima depende unicamente do do valor do expoente de perda de percurso (embora $m_\sigma^* \neq m_\delta^*$).

Levando-se em conta que m_δ^* deve ser inteiro, é necessário aproximar o resultado obtido na equação (4.38) para o valor inteiro mais próximo. Portanto a ordem de modulação resultante $m_{\delta\nu}^*$ é dada por:

$$m_{\delta\nu}^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{\ln(4)} \right\rfloor, \quad (4.44)$$

que é função unicamente do expoente de perda de percurso α .

Uma vez identificado o ponto de máximo da função capacidade de transporte pode-se refazer a Figura 4.6 mostrando o ponto de cruzamento das funções para cada uma das variáveis otimizadas: δ_m mostrada na Figura 4.4, obtida pela equação (4.34); e m_δ , mostrada na Figura 4.5 e obtida pela equação (4.36). O resultado é mostrado na Figura 4.8 onde está indicado o ponto de cruzamento das duas funções otimizadas (δ_m^* , m_δ^*). Os valores numéricos são obtidos a partir da Tabela 2.1.

Substituindo os valores de δ_m^* (4.39) e $m_{\delta\nu}^*$ (4.38) equação (4.26), obtém-se o valor teórico máximo da capacidade de transporte do sistema modificado com eficiência espectral e distância de enlace ajustáveis $\Upsilon_{m\delta}^*$:

$$\begin{aligned} \Upsilon_{m\delta}^*|_{(\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*)} &= \chi_4 \delta m \exp[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m}] \\ &= \frac{\alpha \chi_4}{\ln(4) \sqrt{2} \chi_2} \exp\left(-\frac{3}{2}\right). \end{aligned} \quad (4.45)$$

Substituindo os parâmetros χ_2 , χ_3 e χ_4 na Equação (4.45) tem-se:

$$\Upsilon_{m\delta}^*|_{(\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*)} = \frac{B \lambda_1 \alpha 4^{\frac{1}{\alpha}}}{\pi \beta_1^{\frac{1}{\alpha}} \ln(4)} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}} \exp\left(-\frac{3}{2}\right) \quad (4.46)$$

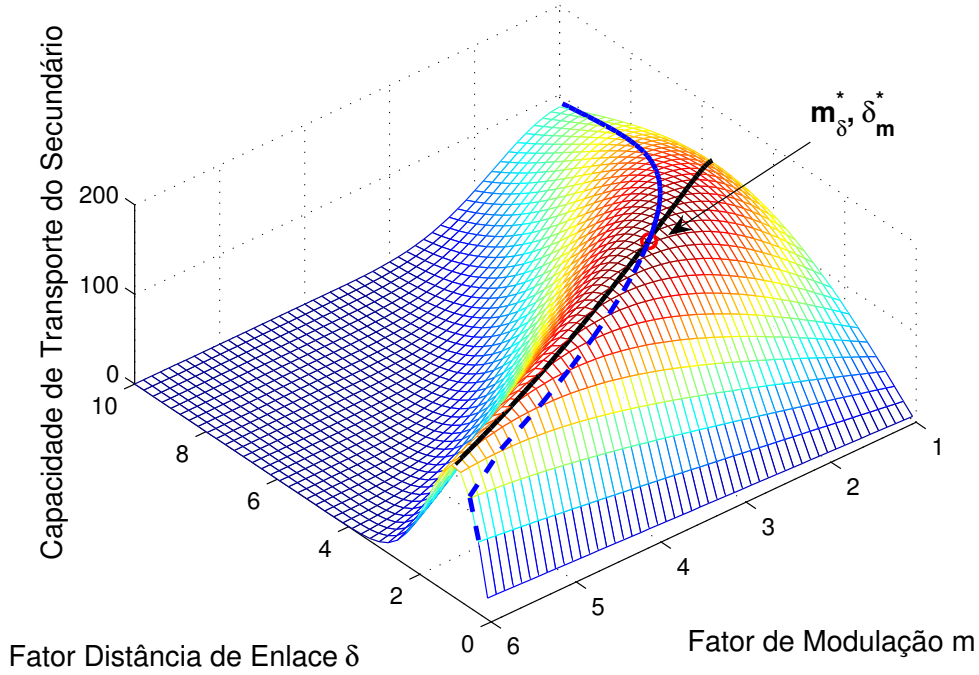


Figura 4.8: Variação da capacidade de transporte em função do fator de distância de enlace δ e do fator de modulação m , e as curvas em função de m para δ_m otimizado (4.29) e δ para m_δ otimizado (4.31), bem como o ponto de cruzamento das coordenadas δ_m^* (4.39) e m_δ^* (4.38), que definem a capacidade de transporte máxima.

A capacidade de transporte refere-se à soma da capacidade de todos os nós, e pode-se comparar o desempenho máximo entre o sistema que supõe ajuste de eficiência espectral e fator distância de enlace (4.46), e o que só permite ajuste deste último (fator distância de enlace, sem mudar a modulação (4.10)), sendo que ambos os sistemas mantém fixa a interferência sobre o usuário primário. Lembrando que $\chi_2 = \chi_1 4^{-\frac{2}{\alpha}}$ (2.41), e substituindo este valor na equação (4.45), obtém-se:

$$\begin{aligned} \frac{\Upsilon_{m\delta}^*}{\Upsilon_\delta^*} &= \frac{\chi_4 \alpha}{\ln(4)\sqrt{2}\chi_2} \frac{\sqrt{2}\chi_2}{\chi_4} \exp\left(-\frac{3}{2} + \frac{1}{2}\right) = \frac{\alpha}{e \ln(4)} \sqrt{\frac{1}{4^{-\frac{2}{\alpha}}}} \\ &= \frac{\alpha 4^{\frac{1}{\alpha}}}{e \ln(4)}, \end{aligned} \quad (4.47)$$

resultado que depende unicamente do valor do expoente de perda de percurso α .

Deve-se observar que a distância de enlace em cada um dos dois sistemas (com ajuste de eficiência espectral e com sistema de modulação fixo) é distinta, e o que está sendo comparado é a capacidade de transporte total da rede secundária. Esta comparação é obtida pela equação (4.47), que resulta num valor superior à unidade sempre que:

$$\alpha 4^{\frac{1}{\alpha}} \geq \ln(4) e \quad (4.48)$$

Como o valor do expoente de perda de percurso é superior a 2 $\alpha > 2$, a condição dada pela equação (4.47) é confirmada para toda a gama de valores possíveis de α , tal como

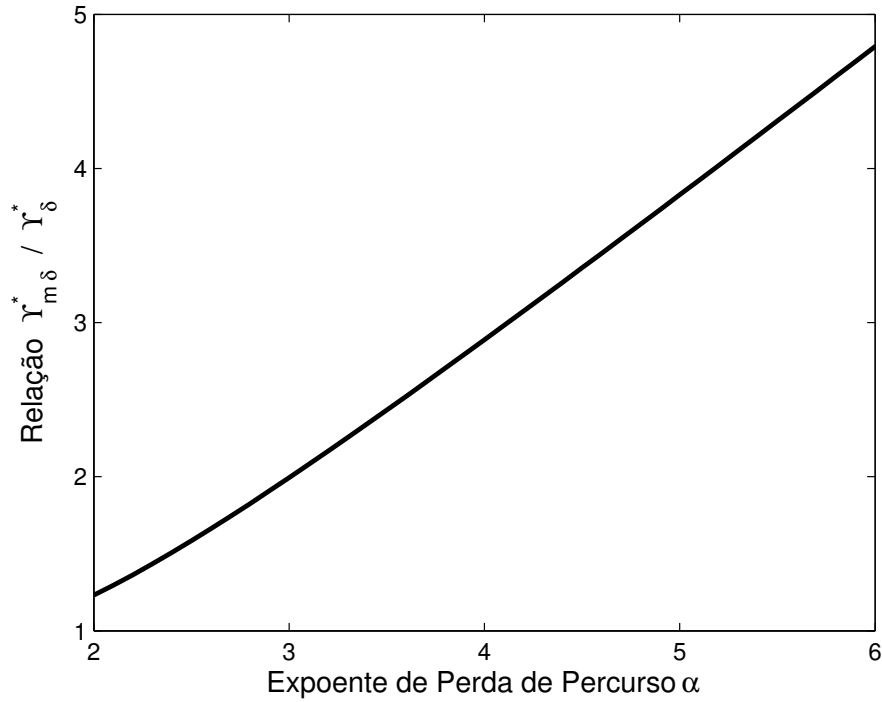


Figura 4.9: Relação (4.47) entre máximas capacidades de transporte do sistema com ajuste de eficiência espectral e de fator distância de enlace $\Upsilon_{m\delta}^*$ e do sistema que só ajusta o fator distância de enlace Υ_δ^* . Os resultados acima da unidade significam aumento de capacidade de transporte para o sistema que também permite ajuste de eficiência de eficiência espectral.

observado no gráfico da Figura 4.9. Isto significa que sempre há aumento de capacidade de transporte quando se ajusta a eficiência de modulação, e o valor deste aumento é função somente do expoente de perda de percurso, sendo independente de qualquer outro parâmetro da rede secundária (densidade de nós, potência, distância de enlace, limiar $SINR$ ou largura de faixa de transmissão).

4.4 Discussão: *Cenário Modificado* Ajustando m e δ

Nesta seção serão analisados três aspectos do *cenário modificado* que permitem ajuste de eficiência espectral e do fator distância de enlace:

- Influência do valor do expoente de perda de percurso α ;
- Influência dos valores iniciais dos parâmetros do *cenário original*
- Maximização da capacidade de transporte com restrição na probabilidade de *outage*

4.4.1 Influência do Expoente de Perda de Percurso α

De forma análoga à análise feita para o caso da capacidade de transmissão no Capítulo 3, verifica-se a relação entre o valor do expoente de perda de percurso do ambiente

$\alpha > 2$ e a capacidade de transporte máxima, já que o fator de modulação m_δ^* é função apenas de α , conforme a equação (4.38).

Para visualizar a região de operação do cenário de máxima capacidade de transporte, supõe-se que o valor máximo de α seja 6, tem-se a seguinte faixa de valores possíveis para o fator de modulação m_δ^* conforme a Equação (4.38):

$$\begin{aligned} 2 < \alpha < 6 \\ 1,44 < m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)} < 4,32. \end{aligned} \quad (4.49)$$

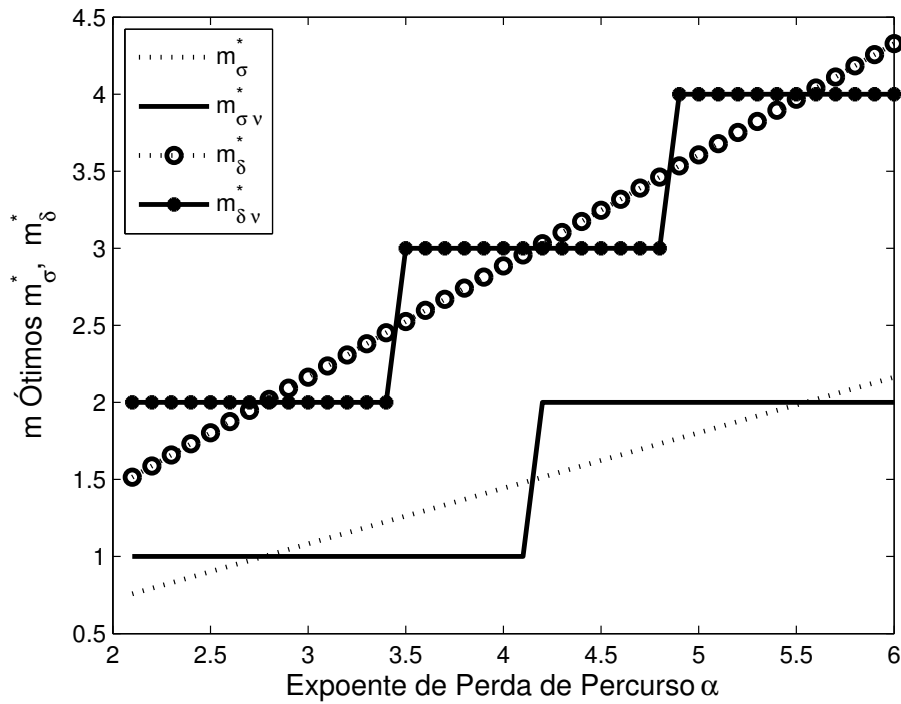


Figura 4.10: Variação de fator de modulação ótimo conforme o valor do expoente de perda de percurso α para capacidade de transmissão ($C_{m\sigma}^*$) e capacidade de transporte ($\Upsilon_{m\delta}^*$) secundárias máximas. São mostrados os valores teórico (contínuo) e prático (inteiro).

Observa-se que os fatores de modulação para obter capacidade de transporte máxima são superiores aos obtidos para o caso da capacidade de transmissão em (3.43), já que se o máximo valor de α for 6, as capacidades de transporte máximas serão obtidas para as modulações entre 4-QAM e 64-QAM.

A Figura 4.10 mostra como varia o valor do fator de modulação ótimo para capacidade de transmissão $C_{m\sigma}^*$ e para capacidade de transporte $\Upsilon_{m\delta}^*$ em função do expoente de perda de percurso do ambiente (α). O valor utilizado no sistema prático é o valor inteiro mais próximo, $m_{\sigma\nu}^*$ no caso de capacidade de transmissão e $m_{\delta\nu}^*$ no caso de capacidade de transporte.

A Figura 4.11 mostra o gráfico da capacidade de transporte $\Upsilon_{m\delta}$ obtida para vários valores de expoente de perda de percurso α em função da ordem de modulação m , para

fator de distância de enlace otimizado $\delta = \delta_m^*$, conforme a equação (3.28). Como no caso da capacidade de transmissão, maiores valores de expoente de perda de percurso resultam em maiores valores para a capacidade de transporte secundária máxima, pois nesta condição a interferência é menor, permitindo transmissão com sucesso simultânea para mais enlaces com os mesmos valores de δ e m .

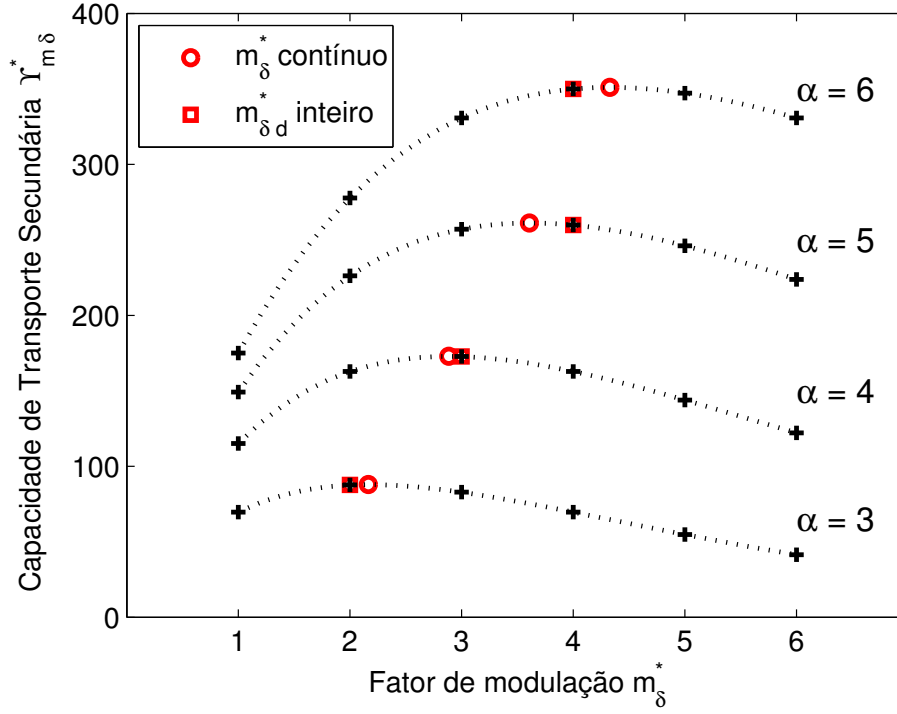


Figura 4.11: Curvas de capacidade de transporte secundária máxima em função do fator de modulação m para diferentes expoentes de perda de percurso α e fator distância de enlace δ otimizado para cada m (4.34). A capacidade de transporte total também está indicada, supondo que m é contínuo (marcas com círculo) (4.38) e m inteiro (marcas com quadrados) (4.44).

De forma análoga ao observado para a capacidade de transmissão no Capítulo 3, a Figura 4.11 mostra que a cada expoente de perda de percurso α corresponde um valor de fator de modulação (ordem de modulação m_{δ}^* que permite obter máxima capacidade de transporte para δ otimizado, sendo que maiores valores de α resultam em maiores valores de capacidade de transporte máxima. Deve-se considerar igualmente que o valor teórico contínuo para m_{δ}^* deve ser aproximado para o inteiro mais próximo $m_{\delta\nu}^*$, e na Figura 4.11 as marcas de círculos correspondem aos valores de capacidade de transmissão máxima para m_{δ} contínuo e as marcas de quadrados indicam os valores de capacidade de transmissão máxima para $m_{\delta\nu}$ aproximado para o inteiro mais próximo, que é o caso prático, conforme a equação (4.44).

A Figura 4.12 mostra a capacidade de transporte secundária máxima como função do fator distância de enlace δ para diversos valores de expoente de perda de percurso α , conforme (4.36). As linhas contínuas mostram os valores teóricos máximos otimizados para cada m_{δ} , e as linhas pontilhadas indicam resultado para $m_{\delta\nu}$ inteiro.

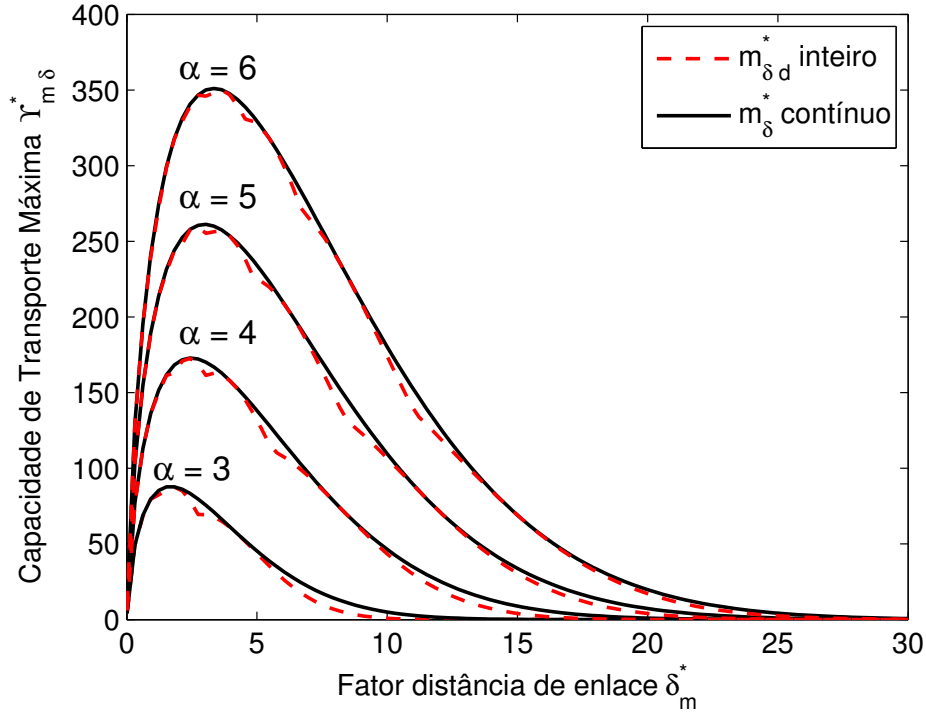


Figura 4.12: Capacidade de transporte secundária máxima Υ_{δ}^* em função do distância de enlace δ para diferentes expoentes de perda de percurso α supondo m otimizado (4.35); as linhas contínuas mostram o valor teórico de m (4.31), e as linhas pontilhadas indicam o valor inteiro de $m_{\delta\nu}$ (4.32).

Observa-se que quando o expoente de perda de percurso α é maior, aumenta a capacidade de transporte máxima. Isto acontece porque nesta condição a interferência é menor, permitindo transmissão com sucesso simultânea para mais enlaces com os mesmos valores de δ e m .

Como visto nas Figuras 4.11 e 4.12, a cada valor de α correspondem um fator de modulação $m_{\delta\alpha}^*$ e um fator distância de enlace $\delta_{m\alpha}^*$ que permitem obter capacidade de transporte máxima para aquele α , sendo que $m_{\delta\alpha}^*$ é função do expoente de perda de percurso α apenas, e δ_m^* depende dos valores dos demais parâmetros do sistema, conforme a equação (4.41).

A Figura 4.13 mostra os valores de $\delta_{m\alpha}^*$ (4.41) que levam à capacidade de transporte máxima, para quatro valores distintos de β_1 inicial.

A Figura 4.14 mostra o efeito geral do expoente de perda de percurso sobre o valor máximo da capacidade de transporte secundária $\Upsilon_{m\delta\alpha}^*$ obtido através da equação (4.46), para quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 , evidenciando que maiores limiares de *outage* correspondem a menores valores de máxima capacidade de transporte.

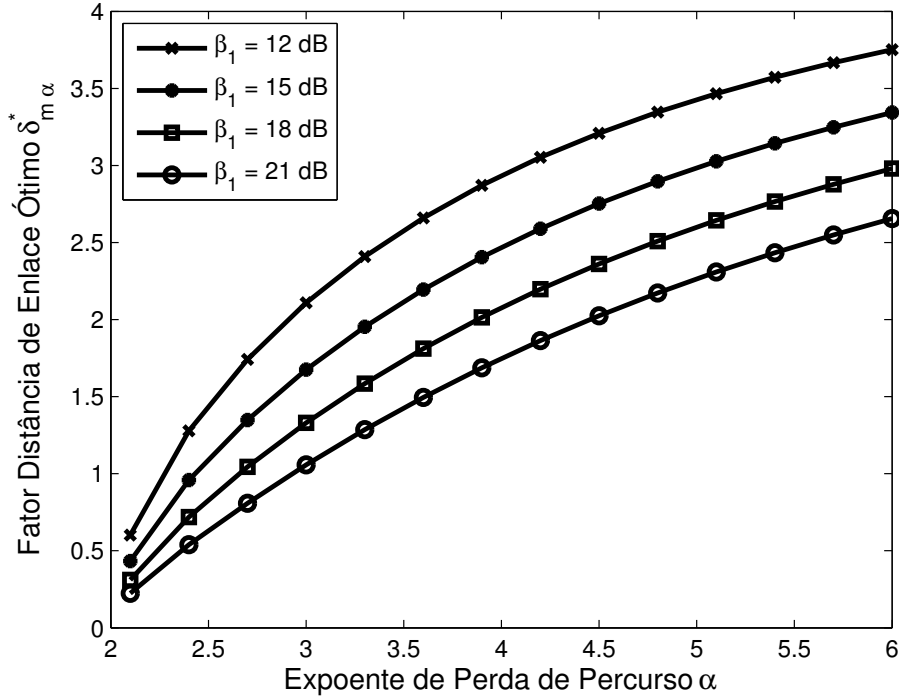


Figura 4.13: Fator distância de enlace δ que permite capacidade de transporte secundária máxima (4.41) em função do expoente de perda de percurso α , para quatro valores iniciais de limiar SINR β_1 .

Também a capacidade de transporte máxima $\Upsilon_{m \delta \alpha}^*$ cresce monotonicamente com α , já que maiores expoentes de perda de percurso α proporcionam uma isolamento natural entre os vários enlaces que compartilham o mesmo canal sem fio. Observa-se igualmente que maiores valores de limiar β_1 levam o sistema a atingir menor capacidade de transporte máxima, refletindo o fato de que quanto mais alto β_1 , menor é o número de enlaces que atingem o requisito mínimo de qualidade.

4.4.2 Influência dos Valores de δ e m do Cenário Original

Como demonstrado na Seção 4.2.2, as coordenadas da função de máxima capacidade de transporte possível para o sistema secundário do *cenário modificado* são as obtidas para $r_{m\delta} = r_1 \delta_m^*$ (4.41) e $m_{\delta\nu}^*$, que é o valor inteiro mais próximo do resultado obtido na Equação (4.38). Apesar da Equação (4.41) ser expressa em função da distância de enlace r_1 do sistema secundário do *cenário original*, o novo valor de distância de enlace, que permite obter capacidade de transporte máxima, não depende de r_1 .

O fator distância de enlace calculado por (4.41) permite obter a nova distância de enlace $r_{\delta_m}^*$ que maximiza a capacidade de transporte da rede secundária em função da

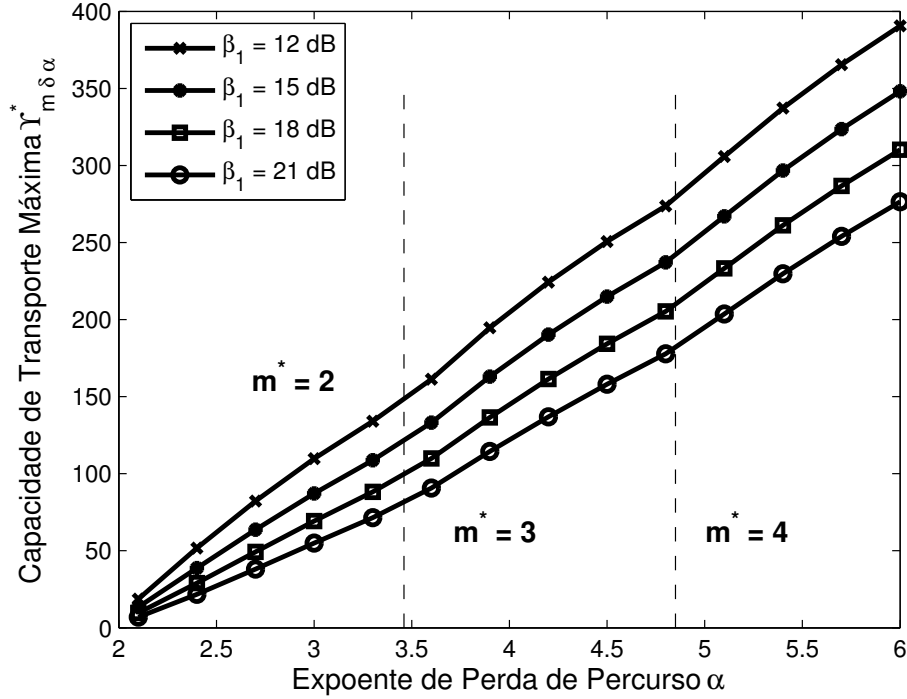


Figura 4.14: Capacidade de transporte máxima $\Upsilon_{m\delta\alpha}^*$ (4.46) em função do expoente de perda de percurso α para quatro diferentes valores iniciais de limiar $SINR$ β_1 . Estão indicadas as regiões em que os fatores de modulação $m = 2$, $m = 3$ e $m = 4$ são ótimos.

distância de enlace do *cenário original* r_1 :

$$\begin{aligned}
 r_{m\delta}^* &= \frac{r_1}{\sqrt{2} \chi_2 e} \\
 &= \frac{4^{\frac{1}{\alpha}}}{2\pi \beta_1^{\frac{1}{\alpha}} e} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1}}
 \end{aligned} \tag{4.50}$$

Portanto conclui-se que enquanto a ordem de modulação que permite obter a capacidade de transporte máxima é função apenas do expoente de perda de percurso (4.38). A distância de enlace para obter este resultado é função de parâmetros da rede secundária (densidade de nós, potência de transmissão e limiar $SINR$), e parâmetros da rede primária (densidade de nós, potência de transmissão), além do expoente de perda de percurso do *cenário original* que permitia operação equilibrada da rede cognitiva (interferência tolerada pela rede primária).

4.4.3 Maximização da Capacidade de Transporte com Restrição na Probabilidade de *Outage*

A seguir, avalia-se como é o desempenho da capacidade de transporte da rede cognitiva quando há um limite máximo aceitável para a probabilidade de *outage*, e que fornece o valor máximo $\Upsilon_{m\delta\epsilon}^*$ em função dos parâmetros δ , m e ϵ .

A probabilidade de *outage* da rede secundária é dada pela Equação (2.35). Substituindo-se os parâmetros do sistema conforme (2.41), e calculando o valor da capacidade de transporte no ponto de máximo (δ_m^*, m_δ^*) (4.39), (4.38) tem-se:

$$\begin{aligned} P_{m\delta}^{out} &= 1 - \exp \left[-\frac{2 \pi^2 (\delta_m^*)^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)} \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \\ &= 1 - \exp \left(\chi_2 \frac{e^{-2}}{2 \chi_2} e^2 \right) = 1 - \exp \left(\frac{-1}{2} \right) = 0,39 \end{aligned} \quad (4.51)$$

que é um valor melhor para probabilidade de *outage* do que o que foi obtido para a capacidade de transmissão sem restrição $P_{m\sigma}^{out} = 0,63$ na Equação (3.48), embora ainda seja alto para um sistema de comunicação.

O problema de maximização da capacidade de transporte com restrição para a probabilidade de *outage* pode ser definido como:

$$\begin{aligned} &\underset{m, \delta}{\text{maximizar}} \quad \Upsilon_{m, \delta} \\ &\text{sujeito a} \quad m = 1, 2, \dots \quad \delta > 0, \\ &\quad \quad \quad P_{m\delta\epsilon}^{suc} > \theta \end{aligned} \quad (4.52)$$

De forma análoga ao procedimento de cálculo da probabilidade de sucesso na transmissão do sistema secundário com ajuste de m e σ , calcula-se a probabilidade de sucesso na transmissão do sistema com ajuste de m e δ quando há restrição para a probabilidade de *outage*:

$$P_{m\delta\epsilon}^{suc} = \exp \left[-\frac{2 \pi^2 r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}}}{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)} \delta^2 \left(\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right) \right] \geq \theta \quad (4.53)$$

A solução para estas condições é modelada por uma função de duas variáveis (δ, m) , sujeita à restrição dada por (4.52). Substituindo os parâmetros da Equação (4.53) pela igualdade dada por (2.41), tem-se:

$$P_{m\delta\epsilon}^{suc} = \exp(-\chi_2 \delta^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m) > 1 - \epsilon = \theta \quad (4.54)$$

em que θ é a probabilidade de sucesso da transmissão secundária mínima aceitável.

Deseja-se buscar o par de parâmetros $(\delta_{m\epsilon}, m_{\delta\epsilon})$ que permite obter a máxima capacidade de transporte possível desde que seja respeitado o limite máximo de ϵ para a probabilidade de *outage*. A seguir, calcula-se o valor de $\delta = \delta_{m\epsilon}$ que satisfaz a condição dada pela equação (4.54):

$$\begin{aligned} 0 &= \exp(-\chi_2 \delta^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m) - \theta \\ \theta &= \exp(-\chi_2 \delta^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m) \\ \ln(\theta) &= -\chi_2 \delta^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m \\ \delta_{m\epsilon} &= \sqrt{\frac{\ln \left(\frac{1}{\theta} \right)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m}}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Então a probabilidade de *outage* dos usuários secundários fica restrita ao valor ϵ se

$$\delta_{m\epsilon} \leq \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m}} \quad (4.56)$$

A capacidade de transporte da rede secundária com restrição (4.26) pode ser expressa como:

$$\Upsilon_{m\delta\epsilon} = \chi_4 m \delta_{m\epsilon} \exp\left(-\chi_2 \delta_{m\epsilon}^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m\right). \quad (4.57)$$

Supõe-se agora que $\delta_{m\epsilon}$ é fixo e que satisfaz a condição dada pela equação (4.56), e calcula-se a capacidade de transporte:

$$\begin{aligned} \Upsilon_{m\delta\epsilon} &= \chi_4 m \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m}} \exp\left(-\chi_2 \frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m} 4^{\frac{2}{\alpha}} m\right) \\ &= m 4^{\frac{-1}{\alpha}} m \underbrace{\chi_4 \theta \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}}}_H, \end{aligned} \quad (4.58)$$

em que H é constante, já que é função de parâmetros constantes:

$$H = \chi_4 \theta \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}} \quad (4.59)$$

Definida a expressão da capacidade de transporte em função da probabilidade de *outage* máxima permitida ($P_{\epsilon}^{out} \leq \epsilon$), busca-se o valor do fator de modulação $m_{\delta\epsilon}$ para o qual a capacidade de transporte é máxima. Para isto calcula-se a raiz da derivada de primeira ordem da Equação (4.58):

$$\frac{d}{d m} \Upsilon_{m\delta\epsilon} = H \cdot 4^{\frac{-1}{\alpha}} \left(1 - m \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right) = 0 \quad (4.60)$$

A capacidade de transporte secundária máxima é obtida para

$$m_{\delta\epsilon} = \frac{\alpha}{\ln(4)} \quad (4.61)$$

A seguir calcula-se o valor da derivada de segunda ordem da função capacidade de transporte com restrição, para verificar se o valor de $m_{\delta\epsilon}$ encontrado na Equação (4.61) é de máximo ou de mínimo:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta\epsilon} &= 4^{\frac{-1}{\alpha}} H \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right) \left(1 - m \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right) \\ &= H e^{-1} \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right) \left(1 - \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right) \ln\left(4^{\frac{1}{\alpha}}\right)\right) \end{aligned} \quad (4.62)$$

Como o resultado da derivada de segunda ordem calculada no ponto $m_{\delta\epsilon}$ obtido em (4.62) é negativo, trata-se de um ponto de máximo na Equação (4.58) quando se impõe a condição de que a probabilidade de *outage* fique limitada a ϵ .

A seguir, calcula-se o valor de $\delta_{m\epsilon}$:

$$\begin{aligned}\delta_{m\epsilon} &= \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2 4^{\frac{2}{\alpha}} m}} \Big|_{m=m_{\delta\epsilon}} \\ &= e^{-1} \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}}\end{aligned}\quad (4.63)$$

Usando as Equações (4.61) e (4.63), e substituindo os valores de χ_2 e κ , tem-se, respectivamente, os valores de $\delta_{m\epsilon}$ e $m_{\delta\epsilon}$ para que a probabilidade de *outage* seja limitada a ϵ

$$\delta_{m\epsilon} = \frac{4^{\frac{1}{\alpha}}}{e 2 \pi r_1 \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right) \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{2 \left[\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1 \right]}} \quad (4.64)$$

$$m_{\delta\nu}^* = \left\lfloor \frac{\alpha}{\ln(4)} \right\rfloor, \quad (4.65)$$

que é o mesmo valor do m obtido para capacidade de transporte máxima sem restrição de probabilidade de *outage* (4.44).

Como esperado, a probabilidade de *outage* com restrição calculada para o ponto $\delta_{m\epsilon}, m_{\delta\epsilon}$ é dada por:

$$\begin{aligned}P_{m\delta\epsilon}^{out} &= 1 - \exp\left(-\chi_2 \delta_{m\epsilon}^2 4^{\frac{2}{\alpha}} m\right) \\ &= 1 - \theta = \epsilon\end{aligned}\quad (4.66)$$

Obtidos os valores de $\delta_{m\epsilon}$ e $m_{\delta\epsilon}$, pode-se calcular a máxima capacidade de transporte (4.57) que é obtida quando há restrição para o valor da probabilidade de *outage*:

$$\begin{aligned}\Upsilon_{m\delta\epsilon}^* &= \chi_4 \frac{\alpha}{\ln(4)} \left(e^{-1} \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}} \right) \exp\left(-\chi_2 e^{-2} \left(\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}\right) 4^{\frac{2}{\alpha}} \frac{\alpha}{\ln(4)}\right) \\ &= \frac{\chi_4 \alpha \theta}{\ln(4) e} \sqrt{\frac{\ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\chi_2}}\end{aligned}\quad (4.67)$$

que é função da restrição da probabilidade de *outage*, pois $\theta = 1 - \epsilon$.

Da Equação (4.67) obtém-se o valor da capacidade de transporte com restrição da probabilidade de *outage* substituindo os valores de χ_4 e χ_2 :

$$\Upsilon_{m\delta\epsilon}^* = \frac{B \lambda_1 \alpha 4^{\frac{1}{\alpha}} \theta}{\ln(4) e \pi \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{2 \alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right) \ln\left(\frac{1}{\theta}\right)}{\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}}}} \quad (4.68)$$

Conclui-se que o cálculo do fator distância de enlace δ para que se obtenha a capacidade de transporte máxima da rede secundária pode ser feito de duas formas quanto à probabilidade de *outage*:

1. Sem restrição: não há limite máximo para a probabilidade de *outage*, calculada conforme a Equação (4.66) e que pode ser superior a ϵ para δ dado por (4.39):

$$\delta_m^* = \sqrt{\frac{1}{2 \chi_2 4^{\chi_3 m}}} = \sqrt{\frac{1}{2 \chi_2 4^{\frac{2}{\ln(4)}}}} = \frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2} \quad (4.69)$$

2. Com restrição: a probabilidade de *outage* deve ser inferior a ϵ , e o valor de δ leva em conta este valor:

$$\delta_{m\epsilon}^* = e^{-1} \sqrt{\frac{\ln(\frac{1}{\theta})}{\chi_2}}. \quad (4.70)$$

Já o fator de modulação $m_{\delta\epsilon}^* = m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)}$ não depende de haver ou não restrição ao valor da probabilidade de *outage*.

Pode-se avaliar o efeito de limitar a probabilidade de *outage* para um sistema que pode ajustar sua ordem de modulação juntamente com a distância de enlace, lembrando que cada um dos sistemas deve operar usando uma distância de enlace diferente, adequada para obtenção da máxima capacidade de transporte com ou sem restrição de probabilidade de *outage*. Isto é feito através das seguintes considerações:

1. Comparação entre os valores das fatores distância de enlace δ_m^* e $\delta_{m\epsilon}^*$ que levam o sistema a atingir sua capacidade de transporte máxima:

$$\frac{\delta_m^*}{\delta_{m\epsilon}^*} = \frac{e}{e \sqrt{2} \chi_2} \sqrt{\frac{\chi_2}{\ln(\frac{1}{\theta})}} = \frac{1}{\sqrt{2} \ln(\frac{1}{\theta})} \quad (4.71)$$

ou seja, a restrição à probabilidade de *outage* resulta em uma diminuição da distância de enlace possível de ser transmitida, e não impacta tão severamente a capacidade de transporte resultante, conforme mostrado no item a seguir:

2. Comparação entre os valores de capacidade de transporte sem restrição $\Upsilon_{m\delta}^*$ e com restrição $\Upsilon_{m\delta\epsilon}^*$:

$$\frac{\Upsilon_{m\delta}^*}{\Upsilon_{m\delta\epsilon}^*} = \frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{1}{2 \ln(\frac{1}{\theta})}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right). \quad (4.72)$$

A Figura 4.15 mostra a variação de valores obtidos para a relação entre as capacidades de transporte sem restrição e com a restrição na probabilidade de *outage* (que depende somente do valor de $\epsilon = 1 - \theta$, sendo independente de outros parâmetros). A comparação é feita para valores de probabilidade de sucesso a partir do valor ótimo do sistema sem restrição ($\theta = 1 - \epsilon = 0,61$).

$$\frac{\Upsilon_{m\delta}^*}{\Upsilon_{m\delta\epsilon}^*} = \frac{1}{\theta} \sqrt{\frac{1}{2 \ln(\frac{1}{\theta})}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) \Big|_{\theta=0.95} \approx 2,0. \quad (4.73)$$

A diferença entre sistema sem restrição de probabilidade de *outage* e com restrição quando ϵ aproxima-se de zero ($\theta \approx 1$) é bem menos acentuada para comparação entre capacidades de transporte (cerca de duas vezes) do que é para comparação entre capacidades de transmissão ($\approx 7,5$) obtida na equação (3.70).

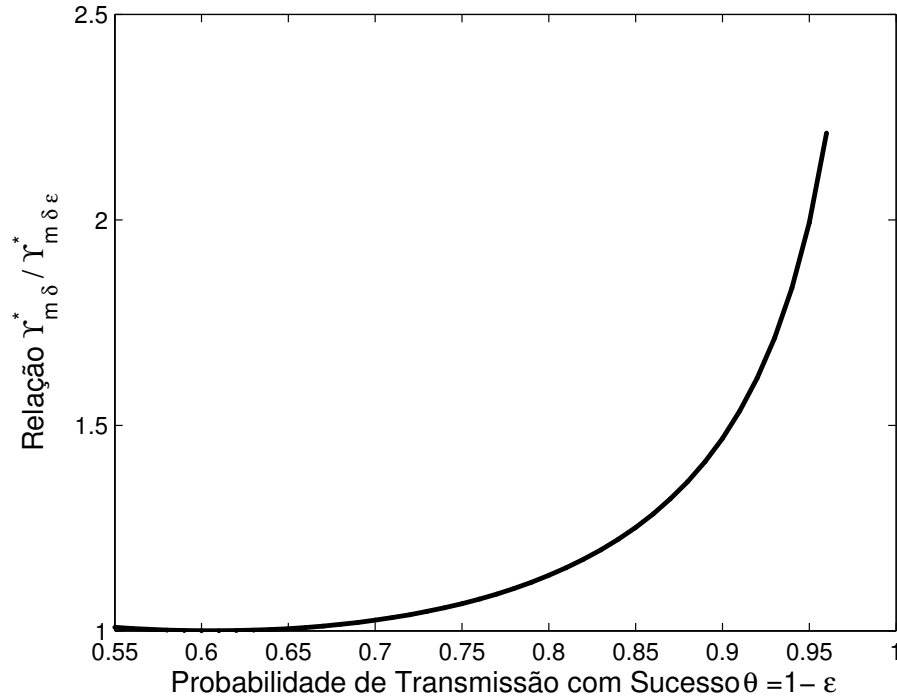


Figura 4.15: Relação entre Capacidades de Transporte do sistema sem restrição à probabilidade de *outage* e o que tem esta propriedade em função do valor da probabilidade de sucesso θ (4.72). Resultados superiores à unidade significam que apesar de estar sujeito à maior probabilidade de *outage*, os sistemas sem restrição apresentam maior capacidade de transporte

4.5 Conclusões

Este capítulo apresentou mais uma alternativa de ajuste de parâmetros para melhoria de desempenho de um sistema de rádios cognitivos. Como a distância de enlace secundária não tem qualquer influência sobre a interferência sofrida pelos usuários primários, os secundários móveis podem adaptar-se à distância de enlace do momento. Este procedimento sempre permite aumentar a capacidade de transmissão para distâncias menores do que a do *cenário original*, já que é sujeita à menor atenuação. Porém quando a métrica de interesse é a capacidade de transporte, verifica-se que há um valor máximo possível que pode ser obtido para a distância de enlace calculada δ , cujo valor exato é função do expoente de perda de percurso e dos parâmetros de sistema: densidade de nós e potência de transmissão (rede primária); distância de enlace, limiar β de transmissão com sucesso (rede secundária).

Analizou-se o caso em que os usuários secundários do sistema de rádios cognitivos podem ajustar simultaneamente a distância de enlace δ e o fator de modulação m . Enquanto a capacidade de transmissão pode aumentar continuamente quando se diminui δ , seu valor é função do fator de interferência da rede com ajuste de eficiência espectral $FICM_{\chi_2}$ e tem um valor máximo diferente (em função de δ , χ_2 , α) para um valor específico de fator de modulação $m_{C\delta}$, que também é função dos valores de δ , χ_2 , α .

Foi obtido um resultado interessante para a capacidade de transporte, modelada como uma função de duas variáveis: o fator distância de enlace δ e o fator eficiência espectral m . Demonstrou-se que independentemente dos parâmetros utilizados, a capacidade de transporte apresenta um ponto de máximo relativo nas coordenadas (δ_m^*, m_δ^*) , dado pelas Equações (4.41) e (4.42), respectivamente. Neste ponto de máxima capacidade de transporte, o valor do fator de modulação m_δ^* é função unicamente do expoente de perda de percurso, variando entre 1 e 4 (4-QAM, 16-QAM, 64-QAM, 256-QAM), obtido para adequar-se à nova distância de enlace calculada a partir dos demais parâmetros de rede. O valor de capacidade de transporte assim obtido é maior do que os dos cenários analisados anteriormente (somente com ajuste de eficiência espectral ou somente com adaptação à distância de enlace). De forma análoga ao observado para a capacidade de transmissão no Capítulo 3, o resultado para a capacidade de transporte quando variam m e δ sempre resulta melhor desempenho do que se somente δ for alterado, e a diferença entre as duas métricas depende unicamente do expoente de perda de percurso do ambiente, sendo válida para quaisquer outros parâmetros de sistema.

Analogamente ao que foi observado no caso da capacidade de transmissão, o ajuste da distância de enlace também permite otimizar o desempenho da capacidade de transporte, já que os terminais são móveis. Para cada distância de enlace, pode-se buscar o quanto deve ser ajustada a eficiência espectral para obter o valor máximo de capacidade de transporte. O uso de valores numéricos práticos permite visualizar graficamente as características deste modelo. O ajuste de distância de enlace também pode ser considerado como uma variável a ser determinada em sistemas de transmissão com repetidores, em que se deseja fazer o menor número de retransmissões: pode-se impor a condição de que os nós a serem utilizados devem estar situados à distância adequada para obter melhor custo benefício, juntamente com o ajuste de eficiência espectral.

Encontrado o ponto de máxima capacidade de transporte, verificou-se o efeito da limitação do valor máximo da probabilidade de *outage*: tal como ocorre para a capacidade de transmissão com ajuste de m e σ , exigir uma probabilidade de sucesso mínima limita o ganho da capacidade de transporte, porém a proporção é bem inferior ao que acontece no caso da capacidade de transmissão verificada no Capítulo 3.

Conclui-se que a capacidade da rede secundária de ajustar-se a distância de enlace a eficiência espectral é útil para otimizar o desempenho de redes secundárias com terminais móveis, em aplicações de alta latência e que possam operar de forma oportunista. Como a distância entre transmissor e receptor varia, pode-se buscar o valor do fator de modulação que permite obter a máxima capacidade de transporte possível para o cenário do momento: aumentando m quando há menor distância de enlace, ou diminuindo m no caso do receptor estar mais distante, evitando a interrupção do serviço, ainda que com métrica de desempenho menor.

Capítulo 5

Conclusão

Este trabalho apresentou a análise de desempenho de sistemas de múltiplos usuários cognitivos em que a rede secundária pode ajustar simultaneamente os parâmetros secundários de forma a melhorar seu desempenho, desde que seja mantida limitada a interferência causada aos usuários primários compartilhando o espectro na mesma região geográfica.

A caracterização do cenário levou em conta modelos de acesso ao meio, de interferência, escalabilidade de capacidade de vazão de redes sem fio. O uso de conceitos da geometria estocástica aplicada a redes PPP permitiu avaliar redes com vários usuários primários e vários usuários secundários. Foram analisados os ajustes de parâmetros que podem ser feitas pelos usuários secundários para que seja obtida maior capacidade de forma oportunista, sem interferir na qualidade de comunicação dos usuários primários.

No Capítulo 2, foi apresentado o modelo utilizado, adaptado das redes de rádios cognitivos de múltiplos usuários já apresentados na literatura, supondo duas redes PPP sobrepostas, a primária e a secundária, cada um com sua densidade de nós λ_p e λ_s , respectivamente. O ajuste de eficiência espectral secundária é proposto sob a condição de manter fixa a interferência sobre os usuários primários, e verificou-se que este ajuste isoladamente não garante melhoria de desempenho para os usuários secundários.

No Capítulo 3, verificou-se como se pode ajustar a densidade de nós ou a potência de transmissão de forma a manter constante a interferência sobre os usuários primários. Foi constatado que se for mantida uma relação entre os valores inicial e final de densidade de nós e de potência de transmissão secundárias, é possível variar estes dois parâmetros mantendo inalterada a interferência sobre os usuários primários. Foi verificado que de forma geral, é possível obter ganho de capacidade de transmissão nesta circunstância, mas como a medida de melhoria deste ajuste (de densidade e potência) é obtida em função dos parâmetros do sistema, não é possível quantificá-la sem particularizar o modelo avaliado. A seguir buscou-se analisar as possibilidades para o caso em que densidade, potência e eficiência espectral pudessem ser ajustados simultaneamente.

Foi demonstrado que independentemente de quaisquer valores iniciais dos parâmetros da rede cognitiva, existe um ponto de máximo da função capacidade de transmissão que se pode atingir para a rede de múltiplos usuários secundários em que se ajusta simultaneamente a eficiência espectral, a potência de transmissão e a densidade de nós. A

ordem de modulação que leva à máxima capacidade de transmissão m_σ^* é função unicamente do expoente de perda de percurso, independentemente de quaisquer parâmetros de sistema.

Já os valores de densidade de nós/ potência de transmissão secundárias que permitem obter a capacidade de transmissão máxima são calculados em função da variável σ , obtida a partir de parâmetros do sistema sem ajustes (potência de transmissão e densidade de nós primárias; e o limiar para transmissão com sucesso secundário). Além disso, para que a interferência causada aos usuários primários mantenha-se no valor tolerável para os usuários primários, densidade e potência devem estar relacionadas conforme definido pela constante K , que é característica do sistema.

Sabendo que a distância de enlace secundária não tem qualquer influência sobre a interferência sofrida pelos usuários primários, no Capítulo 4 avaliou-se como o sistema secundário pode melhorar seu desempenho adaptando-se à variação deste parâmetro. Observou-se que a capacidade de transmissão aumenta monotonicamente quando a distância de enlace diminui. Já a capacidade de transporte, que é função da distância percorrida pela informação, apresenta um comportamento mais complexo.

Foi demonstrado que independentemente de quaisquer valores iniciais dos parâmetros da rede cognitiva, existe um ponto de máximo da função capacidade de transporte que se pode atingir para a rede de múltiplos usuários secundários em que se ajusta simultaneamente a eficiência espectral e a distância de enlace. Tal como ocorre para a capacidade de transmissão secundária, o fator de modulação para atingir este objetivo depende unicamente do valor do expoente de perda de percurso do ambiente, embora o valor obtido m_δ^* seja diferente de m_σ^* .

Verificou-se que se o ajuste da distância de enlace for feito simultaneamente com o ajuste da eficiência espectral, é possível obter um ponto de máxima capacidade de transporte secundária. O valor da nova distância de enlace é calculado em função da variável δ , que também é obtida a partir de parâmetros do sistema sem nenhum ajuste (potência de transmissão e densidade de nós primárias e secundárias; e limiar para transmissão com sucesso da rede secundária).

Concluiu-se que em um sistema de rádios cognitivos de múltiplos usuários em que uma rede primária e outra secundária sobrepostas compartilham espectro simultaneamente na mesma região geográfica em ambiente sujeito a desvanecimento Rayleigh no qual a interferência causada pela rede secundária é tolerável pela rede primária pode-se afirmar que:

- Existe uma condição de capacidade de transmissão secundária máxima quando se ajusta simultaneamente a eficiência espectral, a densidade de nós e a potência secundárias. Este resultado é obtido através de expressões fechadas, sendo que a ordem de modulação é calculada a partir do coeficiente de perda de percurso, e a nova densidade/potência secundárias são calculados a partir dos demais parâmetros de rede.
- Existe uma condição de capacidade de transporte secundária máxima quando se ajusta simultaneamente a eficiência espectral e a distância de enlace secundária. Este resultado é obtido através de expressões fechadas, sendo que a ordem de mo-

dulação é calculada a partir do coeficiente de perda de percurso, e a nova distância de enlace é calculada a partir dos demais parâmetros de rede.

O procedimento proposto para o ajuste de eficiência espectral para um valor mais alto resulta em maior probabilidade de *outage* da rede secundária. Para contornar esta situação, aumenta-se o limiar de transmissão com sucesso *SINR*, de forma a manter fixa a taxa de erro. Ainda assim, o sistema aqui proposto não é adequado para transmissões em baixa latência, tais como dados em “streaming” ou de sistemas que exijam respostas instantâneas. Porém é perfeitamente adequado para aplicações de alta latência, tais como aplicações em diversos segmentos de IoT (Internet of Things):

- Agricultura: sistemas de irrigação inteligente, gerenciamento de produção agrícola ou de animais, monitoração do clima;
- Consumidor final: algumas aplicações “*wearables*” (vestíveis ou portáteis), estratégias de casa inteligente.
- Energia, telecomunicações e instalações em geral: certas medidas de pontos de monitoramento em estações, qualidade do ar ou água, poluição do ar ou da água, níveis de líquidos, pressão, temperatura;
- Serviços: certos ambientes de controle de estoque, monitoramento de pontos de venda, informação sobre disponibilidade de vagas para veículos.
- Transmissão de comunicação que não necessite de disponibilidade em tempo real

Desta forma, o rádio cognitivo pode buscar aproximar seu melhor desempenho possível em função das condições do ambiente e das demandas dos usuários secundários.

Referências Bibliográficas

- [1] J. Mitola. The software radio architecture. *Communications Magazine, IEEE*, 33(5): 26–38, May 1995. ISSN 0163-6804. doi: 10.1109/35.393001.
- [2] A.J. Goldsmith and Soon-Ghee Chua. Variable-rate variable-power mqam for fading channels. *Communications, IEEE Transactions on*, 45(10):1218–1230, Oct 1997. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/26.634685.
- [3] B. Ellingsaeter and T. Maseng. Adaptive m-qam signaling for dynamic spectrum access. In *Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC), 2011 IEEE 12th International Workshop on*, pages 16–20, June 2011. doi: 10.1109/SPAWC.2011.5990387.
- [4] A. Goldsmith. *Wireless Communications*. Cambridge University Press, 1st edition, 2005. ISBN 978-0521837163.
- [5] M. Haenggi. *Stochastic Geometry for Wireless Networks*. Cambridge University Press, 1st edition, 2013. ISBN 978-1107014695.
- [6] A. Soysal, Sennur Ulukus, and C. Clancy. Channel estimation and adaptive m-qam in cognitive radio links. In *Communications, 2008. ICC '08. IEEE International Conference on*, pages 4043–4047, May 2008. doi: 10.1109/ICC.2008.759.
- [7] V. Asghari and S. Aissa. Adaptive rate and power transmission in spectrum-sharing systems. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 9(10):3272–3280, October 2010. ISSN 1536-1276. doi: 10.1109/TWC.2010.090210.100291.
- [8] L. Musavian, S. Aissa, and S. Lambotharan. Adaptive modulation in spectrum-sharing channels under delay quality-of-service constraints. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(3):901–911, March 2011. ISSN 0018-9545. doi: 10.1109/TVT.2010.2097282.
- [9] Z. Bouida, K. A. Qaraqe, M. Abdallah, and M. S. Alouini. Performance analysis of joint multi-branch switched diversity and adaptive modulation schemes for spectrum sharing systems. *IEEE Transactions on Communications*, 60(12):3609–3619, December 2012. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/TCOMM.2012.081512.110520.

-
- [10] Mai Vu, N. Devroye, and Vahid Tarokh. On the primary exclusive region of cognitive networks. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 8(7):3380–3385, July 2009. ISSN 1536-1276. doi: 10.1109/TWC.2009.080454.
 - [11] Sang-Woon Jeon, N. Devroye, Mai Vu, Sae-Young Chung, and Vahid Tarokh. Cognitive networks achieve throughput scaling of a homogeneous network. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 57(8):5103–5115, Aug 2011. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/TIT.2011.2158874.
 - [12] Liping Wang and V. Fodor. On the gain of primary exclusion region and vertical cooperation in spectrum sharing wireless networks. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, 61(8):3746–3758, Oct 2012. ISSN 0018-9545. doi: 10.1109/TVT.2012.2207139.
 - [13] Wentao Huang and Xinbing Wang. Throughput and delay scaling of general cognitive networks. In *INFOCOM, 2011 Proceedings IEEE*, pages 2210–2218, April 2011. doi: 10.1109/INFCOM.2011.5935035.
 - [14] Cheng Wang, Xiang-Yang Li, Shaojie Tang, and Changjun Jiang. Multicast capacity scaling for cognitive networks: General extended primary network. In *Mobile Adhoc and Sensor Systems (MASS), 2010 IEEE 7th International Conference on*, pages 262–271, Nov 2010. doi: 10.1109/MASS.2010.5663912.
 - [15] Chengzhi Li and Huaiyu Dai. On the throughput scaling of cognitive radio ad hoc networks. In *INFOCOM, 2011 Proceedings IEEE*, pages 241–245, April 2011. doi: 10.1109/INFCOM.2011.5935063.
 - [16] Y. Shi, C. Jiang, Y. T. Hou, and S. Kompella. On capacity scaling law of cognitive radio ad hoc networks. In *2011 Proceedings of 20th International Conference on Computer Communications and Networks (ICCCN)*, pages 1–8, July 2011. doi: 10.1109/ICCCN.2011.6006062.
 - [17] Fan Zhang, Guangxi Zhu, and Xiaoyun Kang. Scalability of uwb cognitive radio networks with interference constraint. In *Wireless and Mobile Communications, 2006. ICWMC '06. International Conference on*, pages 19–19, July 2006. doi: 10.1109/ICWMC.2006.82.
 - [18] Canming Jiang, Yi Shi, Y.T. Hou, Wenjing Lou, S. Kompella, and S.F. Midkiff. Toward simple criteria to establish capacity scaling laws for wireless networks. In *INFOCOM, 2012 Proceedings IEEE*, pages 774–782, March 2012. doi: 10.1109/INFCOM.2012.6195824.
 - [19] P. Gupta and P.R. Kumar. The capacity of wireless networks. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 46(2):388–404, Mar 2000. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/18.825799.
 - [20] Changchuan Yin, Changhai Chen, Tie Liu, and Shuguang Cui. Generalized results of transmission capacities for overlaid wireless networks. In *Information Theory, 2009*.

-
- ISIT 2009. IEEE International Symposium on*, pages 1774–1778, June 2009. doi: 10.1109/ISIT.2009.5205273.
- [21] Changchuan Yin, Long Gao, and Shuguang Cui. Scaling laws for overlaid wireless networks: A cognitive radio network versus a primary network. *Networking, IEEE/ACM Transactions on*, 18(4):1317–1329, Aug 2010. ISSN 1063-6692. doi: 10.1109/TNET.2010.2041467.
 - [22] H.P.B. Pimentel and P. Cardieri. Capacity issues for cognitive radio systems. In *Telecommunications Symposium (ITS), 2010 International*, pages 1–5, 2010.
 - [23] H.P.B. Pimentel and P. Cardieri. Spectral efficiency and aggregate capacity in cognitive radio networks- an application study. In *Telecommunications Symposium (ITS), 2014 International*, pages 1–5, Aug 2014. doi: 10.1109/ITS.2014.6948046.
 - [24] P. Cardieri. Modeling interference in wireless ad hoc networks. *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, 12(4):551–572, Fourth 2010. ISSN 1553-877X. doi: 10.1109/SURV.2010.032710.00096.
 - [25] M. Haenggi and R. K. Ganti. Interference in large wireless networks. *Foundations and Trends® in Networking*, 3(2):127–248, 2009. ISSN 1554-057X. doi: 10.1561/13000000015. URL <http://dx.doi.org/10.1561/13000000015>.
 - [26] D. Daley. *An introduction to the theory of point processes*. Springer, 2nd edition, 2003. ISBN 978-0387955414.
 - [27] S. Musa and W. Wasylkiwskyj. Co-channel interference of spread spectrum systems in a multiple user environment. *IEEE Transactions on Communications*, 26(10):1405–1413, October 1978. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/TCOM.1978.1093993.
 - [28] S. B. Lowen and M. C. Teich. Power-law shot noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 36(6):1302–1318, Nov 1990. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/18.59930.
 - [29] H. Takagi and L. Kleinrock. Optimal transmission ranges for randomly distributed packet radio terminals. *IEEE Transactions on Communications*, 32(3):246–257, Mar 1984. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/TCOM.1984.1096061.
 - [30] J. Venkataraman, M. Haenggi, and O. Collins. Shot noise models for outage and throughput analyses in wireless ad hoc networks. In *Military Communications Conference, 2006. MILCOM 2006. IEEE*, pages 1–7, Oct 2006. doi: 10.1109/MILCOM.2006.302418.
 - [31] Rudolf Mathar and Jürgen Mattfeldt. On the distribution of cumulated interference power in rayleigh fading channels. *Wirel. Netw.*, 1(1):31–36, February 1995. ISSN 1022-0038. doi: 10.1007/BF01196256. URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01196256>.

-
- [32] M. Zorzi and S. Pupolin. Optimum transmission ranges in multihop packet radio networks in the presence of fading. *IEEE Transactions on Communications*, 43(7): 2201–2205, Jul 1995. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/26.392962.
 - [33] E. S. Sousa and J. A. Silvester. Optimum transmission ranges in a direct-sequence spread-spectrum multihop packet radio network. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 8(5):762–771, Jun 1990. ISSN 0733-8716. doi: 10.1109/49.56383.
 - [34] E. S. Sousa. Interference modeling in a direct-sequence spread-spectrum packet radio network. *IEEE Transactions on Communications*, 38(9):1475–1482, Sep 1990. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/26.61388.
 - [35] J. Ilow and D. Hatzinakos. Analytic alpha-stable noise modeling in a poisson field of interferers or scatterers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 46(6):1601–1611, Jun 1998. ISSN 1053-587X. doi: 10.1109/78.678475.
 - [36] D. Stoyan. *Stochastic Geometry and its Applications*. Wiley, 2nd edition, 1995. ISBN 978-0470743645.
 - [37] Steven P. Weber, Xiangying Yang, J.G. Andrews, and G. de Veciana. Transmission capacity of wireless ad hoc networks with outage constraints. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 51(12):4091–4102, Dec 2005. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/TIT.2005.858939.
 - [38] S. Weber, J. G. Andrews, and N. Jindal. An overview of the transmission capacity of wireless networks. *IEEE Transactions on Communications*, 58(12):3593–3604, December 2010. ISSN 0090-6778. doi: 10.1109/TCOMM.2010.093010.090478.
 - [39] R. K. Ganti and M. Haenggi. Spatial and temporal correlation of the interference in aloha ad hoc networks. *IEEE Communications Letters*, 13(9):631–633, Sept 2009. ISSN 1089-7798. doi: 10.1109/LCOMM.2009.090837.
 - [40] S. Weber, J. G. Andrews, and N. Jindal. The effect of fading, channel inversion, and threshold scheduling on ad hoc networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(11):4127–4149, Nov 2007. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/TIT.2007.907482.
 - [41] S. P. Weber, J. G. Andrews, X. Yang, and G. de Veciana. Transmission capacity of wireless ad hoc networks with successive interference cancellation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(8):2799–2814, Aug 2007. ISSN 0018-9448. doi: 10.1109/TIT.2007.901153.
 - [42] M. Haenggi, J. G. Andrews, F. Baccelli, O. Dousse, and M. Franceschetti. Stochastic geometry and random graphs for the analysis and design of wireless networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 27(7):1029–1046, September 2009. ISSN 0733-8716. doi: 10.1109/JSAC.2009.090902.
 - [43] GENMIX. Genmix gmhc 620e- ip digital microwave radio datasheet, 2012. URL [http://www.genmixtech.com/file/III-2.IP Digital Microwave Radio - GMHC 620E Rev1.0 2013-08-28.pdf](http://www.genmixtech.com/file/III-2.IP%20Digital%20Microwave%20Radio%20-%20GMHC%20620E%20Rev1.0%202013-08-28.pdf). original document from GENMIX.

- [44] W.T.A. Lopes, W.J.L. Queiroz, F. Madeiro, and M.S. Alencar. Exact bit error probability of m-qam modulation over flat rayleigh fading channels. In *Microwave and Optoelectronics Conference, 2007. IMOC 2007. SBMO/IEEE MTT-S International*, pages 804–806, Oct 2007. doi: 10.1109/IMOC.2007.4404380.
- [45] L. Leithold. *The calculus, with analytic geometry*. Harper & Row Press, 1st edition, 1976. ISBN 978-0060439484.

Apêndice

Apêndice A

Demonstração do Teorema 3.1

A função da capacidade de transmissão secundária definida por:

$$C_{m\sigma} = 2 m B \lambda_1 \sigma \exp \left[-2 \pi \kappa r_1^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \sigma \left[\lambda_1 + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right]. \quad (\text{A.1})$$

em que o fator de modulação m e fator densidade de nós σ são variáveis, e os demais parâmetros são fixos, apresenta um único ponto de máximo determinado pelas seguintes coordenadas:

$$\delta_m^* = \frac{4^{\frac{1}{\alpha}}}{e 2 \pi r_1 \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{\alpha \sin \left(\frac{2\pi}{\alpha} \right)}{\lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_1} \right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1}}, \quad (\text{A.2})$$

e

$$m_\sigma^* = \frac{\alpha}{2 \ln(4)}. \quad (\text{A.3})$$

Prova: Para facilitar os cálculos, substituem-se os valores fixos de (A.1) pelas igualdades definidas em (2.39), (2.41) e (2.42), e escreve-se a função $C_{m\sigma}$ como:

$$C_{m\sigma} = \chi_0 m \sigma \exp \left(-\chi_2 \sigma 4^{\chi_3 m} \right). \quad (\text{A.4})$$

A demonstração é feita utilizando técnicas de cálculo de funções de duas variáveis [45]:

Requisitos para Existência de Ponto de Máximo de Função de Duas Variáveis $C_{m\sigma}$

A função da capacidade de transmissão secundária do sistema modificado com ordem de modulação e densidade/potência de transmissão secundárias ajustáveis $C_{m\sigma}$ da Equação (A.4) é definida e contínua num domínio D . Se suas derivadas parciais de primeira e de segunda ordens existem e são contínuas no mesmo domínio D , $C_{m\sigma}$ pode ter um ponto crítico em (σ_m^*, m_σ^*) . Para demonstrar que este é um ponto de máximo relativo de $C_{m\sigma}$, as seguintes condições devem ser satisfeitas [45]:

1. As raízes das derivadas parciais de primeira ordem de $C_{m\sigma}$ calculadas para ambas as coordenadas (σ, m) são nulas:

$$\left. \frac{\partial}{\partial \sigma} C_{m\sigma} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} = 0 \quad (\text{A.5})$$

e

$$\left. \frac{\partial}{\partial m} C_{m\sigma} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} = 0 \quad (\text{A.6})$$

2. O ponto definido pelas coordenadas σ_m (A.5) e m_σ (A.6) é um ponto de máximo relativo se

- As derivadas parciais de segunda ordem $\frac{\partial^2 C_{m\sigma}}{\partial \sigma^2}$ e $\frac{\partial^2 C_{m\sigma}}{\partial m^2}$ apresentam resultado negativo quando calculadas para estas coordenadas c e m_σ

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} < 0 \quad (\text{A.7})$$

e / ou

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} < 0 \quad (\text{A.8})$$

- A inequação abaixo calculada para (σ_m^*, m_σ^*) é verdadeira

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} \times \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} - \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial m} C_{m\sigma} \times \frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} \right) \Big|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} > 0 \quad (\text{A.9})$$

A seguir são verificados os requisitos acima para o ponto dado pelas coordenadas do enunciado do Teorema.

Cálculo das Derivadas Parciais de Primeira Ordem

Na seção 3.2.1 foram calculadas as raízes das derivadas de primeira ordem da função capacidade de transmissão $C_{m\sigma}$, resultando nos valores prováveis de fator densidade de nós σ (A.2) e fator de modulação m (A.3) que permitem atingir o valor máximo de $C_{m\sigma}$. Substituindo os valores, tem-se

$$\sigma_m^* = \frac{1}{e \chi_2} \quad (\text{A.10})$$

e o fator de modulação é obtido da Equação (4.38):

$$m_\sigma^* = \frac{\alpha}{2 \ln(4)}. \quad (\text{A.11})$$

Embora estes valores satisfaçam as condições das equações (A.5) e (A.6), para demonstrar que definem efetivamente o ponto de máxima capacidade de transmissão $C_{m\sigma}^*$ é necessário obter resultados para as demais derivadas da função $C_{m\sigma}$.

Cálculo das Derivadas Parciais de Segunda Ordem

Para comprovar que o ponto crítico é um máximo deve-se verificar o valor obtido quando se substitui as coordenadas encontradas σ_m^* (A.2) e m_σ^* (A.3) nas equações apresentadas em (A.7), (A.8) e (A.9).

A derivada parcial de segunda ordem da função capacidade de transmissão secundária de $C_{m\sigma}$ (A.4) em relação a σ é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} = m \chi_0 \chi_2 4^{\chi_3 m} \exp[-\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}] [\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m} - 2], \quad (\text{A.12})$$

que calculada para o ponto (σ_m^*, m_σ^*) fornece:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} \right|_{(\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*)} &= m_\sigma^* \chi_0 \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*} \exp[-\sigma_m^* \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*}] [\sigma_m^* \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*} - 2] \\ &= -\frac{\chi_0 \chi_2}{\chi_3 \ln(4)} < 0, \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

que é um resultado negativo, atendendo a condição dada por (A.7).

A derivada parcial de segunda ordem da função capacidade de transmissão secundária de $C_{m\sigma}$ em relação a m é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} &= \sigma^2 \chi_0 \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m} \times \\ &\times \exp[-\chi_2 \sigma 4^{\chi_3 m}] [(m \chi_3 \ln(4)) (\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m} - 1) - 2] \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

também tem resultado negativo quando calculada no ponto (σ_m^*, m_σ^*) (A.8):

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} \right|_{(\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*)} &= \sigma^2 \chi_0 \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m_\sigma^*} \exp[-\chi_2 \sigma_m^* 4^{\chi_3 m_\sigma^*}] \times \\ &\times [(m_\sigma^* \chi_3 \ln(4)) (\sigma_m^* \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*} - 1) - 2] \\ &= -\frac{2 \chi_0 \chi_3 \ln(4)}{\chi_2 e^2} < 0. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

Como os parâmetros χ_0 , χ_2 e χ_3 são positivos, os resultados de (A.13) e (A.15) são negativos, confirmando as condições de (A.7) e (A.8).

Verificação se o Ponto Crítico é um Ponto de Máximo Relativo

Para a verificação da condição descrita na equação (A.9), calcula-se o produto das derivadas parciais de segunda ordem:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} \right|_{(\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*)} &= \frac{-\chi_0 \chi_2}{\chi_3 \ln(4)} \frac{2 \chi_0 \chi_3 \ln(4)}{\chi_2 e^2} \\ &= 2 \chi_0^2 e^{-2} \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

A derivada de segunda ordem da função capacidade de transmissão secundária $C_{m\sigma}$ (em relação a σ e depois em relação a m) é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} = \chi_0 \exp(-\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}) [(\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m}) (m \chi_3 \ln(4) (\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m} - 2) - 1) + 1] \quad (\text{A.17})$$

Conforme [45], sabe-se que a derivada de segunda ordem da função capacidade de transmissão secundária $C_{m\sigma}$ (em relação a m e depois em relação a σ) apresenta o mesmo resultado da Equação (A.17):

$$\frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} = \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial m} C_{m\sigma} \quad (\text{A.18})$$

que no ponto (σ_m^*, m_σ^*) resulta em

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} \right|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} &= \chi_0 \exp(-\sigma_m^* \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*}) \times \\ &\quad [(\sigma_m^* \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*}) ((m_\sigma^* \chi_3 \ln(4)) (\sigma \chi_2 4^{\chi_3 m_\sigma^*} - 2) - 1) + 1] \\ &= \chi_0 e^{-1} \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

De (A.18) e (A.19), obtém-se:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial m} C_{m\sigma} \right) \Big|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} = \chi_0^2 e^{-2} \quad (\text{A.20})$$

A Equação (A.9) é verificada subtraindo-se (A.20) de (A.16):

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \sigma^2} C_{m\sigma} \frac{\partial^2}{\partial m^2} C_{m\sigma} - \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial m} C_{m\sigma} \frac{\partial^2}{\partial m \partial \sigma} C_{m\sigma} \right) \Big|_{\sigma=\sigma_m^*, m=m_\sigma^*} = \chi_0^2 e^{-2}. \quad (\text{A.21})$$

Como o valor de (A.21) é positivo, fica demonstrado que as coordenadas (σ_m^*, m_σ^*) , dadas respectivamente nas Equações (A.2) e (A.3), definem o ponto de máxima capacidade de transmissão da rede secundária $C_{m\sigma}^*$. ■

Apêndice B

Demonstração do Teorema 4.1

A função capacidade de transporte secundária definida por

$$\Upsilon_{m\delta} = 2 m B \delta r_1 \lambda_m \exp \left\{ -2\pi \kappa r_1^2 \delta^2 \beta_1^{\frac{2}{\alpha}} 4^{\frac{2}{\alpha}(m-1)} \left[\lambda_m + \lambda_p \left(\frac{\rho_p}{\rho_m} \right)^{\frac{2}{\alpha}} \right] \right\} \quad (\text{B.1})$$

em que o fator de modulação m e fator distância de enlace δ são variáveis, e os demais parâmetros são fixos, apresenta um único ponto de máximo determinado pelas seguintes coordenadas:

$$\delta_m^* = \frac{4^{\frac{1}{\alpha}}}{e 2 \pi r_1 \beta_1^{\frac{1}{\alpha}}} \sqrt{\frac{\alpha \sin\left(\frac{2\pi}{\alpha}\right)}{\lambda_p \left(\frac{P_p}{P_1}\right)^{\frac{2}{\alpha}} + \lambda_1}}, \quad (\text{B.2})$$

e

$$m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)}, \quad (\text{B.3})$$

Prova: Para facilitar os cálculos, substituem-se os valores fixos de (B.1) pelas igualdades definidas em (2.41), (2.42) e (2.43), e escreve-se a função $\Upsilon_{m\delta}$ como:

$$\Upsilon_{m\delta} = \chi_4 \delta m \exp \left[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m} \right]. \quad (\text{B.4})$$

A seguir, verificam-se as condições para demonstrar que o ponto crítico encontrado é um ponto de máximo relativo:

Requisitos para Existência de Ponto de Máximo de Função de Duas Variáveis $\Upsilon_{m\delta}$

A função da capacidade de transporte secundária do sistema modificado com ordem de modulação e distância de enlace secundárias ajustáveis $\Upsilon_{m\delta}$, (B.4) é definida e contínua num domínio D . Se suas derivadas parciais de primeira e de segunda ordens existem e são contínuas no mesmo domínio D , $\Upsilon_{m\delta}$ pode ter um ponto crítico em (δ_m^*, m_δ^*) . Para demonstrar que este é um ponto de máximo relativo de $\Upsilon_{m\delta}$, devem ser satisfeitas as seguintes condições [45]:

1. As raízes das derivadas parciais de primeira ordem de $\Upsilon_{m\delta}$ calculadas para ambas as coordenadas (δ, m) são nulas:

$$\left. \frac{\partial}{\partial \delta} \Upsilon_{m\delta} \right|_{\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*} = 0 \quad (\text{B.5})$$

e

$$\left. \frac{\partial}{\partial m} \Upsilon_{m\delta} \right|_{\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*} = 0. \quad (\text{B.6})$$

2. O ponto definido pelas coordenadas δ_m (B.5) e m_δ (B.6) é um ponto de máximo relativo se

- As derivadas parciais de segunda ordem $\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta}$ e $\frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta}$ apresentam resultado negativo quando calculadas para estas coordenadas δ_m^* e m_δ^*

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} \right|_{\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*} < 0 \quad (\text{B.7})$$

e / ou

$$\left. \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} \right|_{\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*} < 0 \quad (\text{B.8})$$

- A inequação abaixo calculada para (δ_m^*, m_δ^*) é verdadeira

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} \times \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} - \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial m} \Upsilon_{m\delta} \times \frac{\partial^2}{\partial m \partial \delta} \Upsilon_{m\delta} \right) \Big|_{\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*} > 0. \quad (\text{B.9})$$

A seguir são verificados os requisitos acima para o ponto dado pelas coordenadas do enunciado do Teorema.

Cálculo das Derivadas Parciais de Primeira Ordem

Na seção 4.3 foram calculadas as raízes das derivadas de primeira ordem da função capacidade de transporte $\Upsilon_{m\delta}$, resultando nos valores prováveis de fator distância de enlace δ (B.2) e fator de modulação m (B.3) que permitem atingir o valor máximo de $\Upsilon_{m\delta}$. Substituindo seus parâmetros fixos pelas igualdades definidas em (2.41), tem-se para o fator distância de enlace:

$$\delta_m^* = \frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2} \quad (\text{B.10})$$

e o fator de modulação é obtido da equação (4.38):

$$m_\delta^* = \frac{\alpha}{\ln(4)}, \quad (\text{B.11})$$

Embora estes valores satisfaçam as condições das equações (B.5) e (B.6), para demonstrar que definem efetivamente o ponto de máxima capacidade $\Upsilon_{m\delta}^*$ é necessário obter resultados para as demais derivadas da função $\Upsilon_{m\delta}$.

Cálculo das Derivadas Parciais de Segunda Ordem

A confirmação de que o ponto crítico encontrado, dado por (B.10) e (B.11), $\tilde{A} \odot$ um ponto de máxima capacidade de transporte, depende do cálculo das demais derivadas. A derivada parcial de segunda ordem da função capacidade de transporte (B.4) em relação a δ é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} = 2 \delta m \chi_4 4^{\chi_3 m} \exp[-\chi_2 \delta^2 4^{\chi_3 m}] (2 \delta \chi_2 4^{\chi_3 m} - 3) \quad (\text{B.12})$$

cujo valor calculado no ponto crítico dado pelas coordenadas determinadas em (B.10) (B.11) fornece:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} &= 2 \frac{e^{-1}}{\sqrt{2} \chi_2} \frac{\alpha}{\ln(4)} \chi_4 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} \times \\ &\exp \left[-\chi_2 \left(\frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2} \right)^2 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} \right] \left(2 \frac{1}{e \sqrt{2} \chi_2} \chi_2 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} - 3 \right) \\ &= -4 \frac{\chi_4 \sqrt{\chi_2}}{\chi_3 \log(4)} \exp \left(\frac{1}{2} \right) < 0, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Como os parâmetros χ_4 , χ_2 e χ_3 são positivos, a Equação (B.13) fornece um valor negativo. Confirmada esta condição, verifica-se agora a derivada parcial de segunda ordem de (B.4) em relação a m calculada no ponto crítico:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} &= \delta^3 \chi_4 \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 m} \exp(-\delta^2 \chi_2 4^{\chi_3 m}) \times \\ &[(m \chi_3 \ln(4)) (\delta^2 \chi_2 4^{\chi_3 m} - 1) - 2] \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

que calculada no ponto crítico dado por (B.10) e (B.11) resulta em:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} &= \delta^3 \chi_4 \chi_2 \chi_3 \ln(4) 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} \exp \left(-\frac{1}{e^2 2 \chi_2} \chi_2 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} \right) \times \\ &\left[\left(\frac{\alpha}{\ln(4)} \chi_3 \ln(4) \right) \left(\frac{1}{e^2 2 \chi_2} \chi_2 4^{\chi_3 \frac{\alpha}{\ln(4)}} - 1 \right) - 2 \right] \\ &= -3 \frac{\chi_4 \chi_3 \ln(4)}{2 \sqrt{2} \chi_2} \exp \left(-\frac{3}{2} \right), \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

que também fornece valor negativo. Como ambas as derivadas de segunda ordem fornecem valores negativos quando calculadas para as coordenadas do ponto crítico, as condições exigidas em (B.7) e (B.8) estão confirmadas.

Verificação se o Ponto Crítico é um Ponto de Máximo Relativo

Para verificar a condição descrita na equação (B.9), calcula-se o produto das derivadas parciais de segunda ordem :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} \Big|_{(\delta=\delta_m^*, m=m_\delta^*)} &= \frac{-8}{\ln(4) \sqrt{2}} \times \frac{\chi_4 \sqrt{\chi_2}}{\chi_3} \times \frac{-3 \ln(4)}{2 \sqrt{2}} \times \frac{\chi_4 \chi_3}{\sqrt{\chi_2}} \exp \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) \\ &= 6 \chi_4^2 \exp[-1]. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

A derivada da função capacidade secundária $\Upsilon_{m\delta}$ em relação a δ e depois em relação a m é dada por:

$$\frac{\partial^2}{\partial \delta \partial m} \Upsilon_{m\delta} = \chi_4 \exp(-\delta^2 \chi_2 4^{\chi_3 m}) [(\delta^2 \chi_2 4^{\chi_3 m}) (m \chi_3 \ln(4) (2 \delta^2 \chi_2 4^{\chi_3 m} - 3) - 2) + 1]. \quad (\text{B.17})$$

Sabe-se que a derivada da função capacidade de transporte secundária $\Upsilon_{m\delta}$ em relação a m e depois em relação a δ apresenta o mesmo resultado da equação (B.17):

$$\frac{\partial^2}{\partial m \partial \delta} \Upsilon_{m\delta} = \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial m} \Upsilon_{m\delta}. \quad (\text{B.18})$$

Substituindo-se os valores encontrados para o ponto crítico (δ_m^*, m_δ^*) resulta em

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial m} \Upsilon_{m\delta} &= \chi_4 \exp \left[- \left(\frac{\exp(-1)}{\sqrt{2} \chi_2} \right)^2 \chi_2 4^{\chi_3 \frac{2}{\chi_3 \ln(4)}} \right] \left[\left(\left(\frac{\exp(-1)}{\sqrt{2} \chi_2} \right)^2 \chi_2 4^{\chi_3 \frac{2}{\chi_3 \ln(4)}} \right) \times \right. \\ &\quad \left. \left(\left(\frac{2}{\chi_3 \ln(4)} \chi_3 \ln(4) \right) \left(2 \left(\frac{\exp(-1)}{\sqrt{2} \chi_2} \right)^2 \chi_2 4^{\chi_3 \frac{2}{\chi_3 \ln(4)}} - 3 \right) - 2 \right) + 1 \right] \\ &= 2 \chi_4 \exp \left(\frac{-1}{2} \right). \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

De (B.18) e (B.19), obtém-se:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial m \partial \delta} \Upsilon_{m\delta} \right)^2 = \left[2 \chi_4 \exp \left(\frac{-1}{2} \right) \right]^2 = 4 \chi_4^2 e^{-1}. \quad (\text{B.20})$$

Para verificar se ponto crítico é máximo ou mínimo substituem-se os valores obtidos na Equação (B.9), subtraindo-se (B.20) de (B.16):

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial \delta^2} \Upsilon_{m\delta} \frac{\partial^2}{\partial m^2} \Upsilon_{m\delta} - \frac{\partial^2}{\partial m \partial \delta} \Upsilon_{m\delta} \frac{\partial^2}{\partial \delta \partial m} \Upsilon_{m\delta} &= \frac{-8 \chi_4 \sqrt{\chi_2}}{\chi_3 \sqrt{2} \ln(4)} \exp \left(\frac{1}{2} \right) \frac{-3 \ln(4)}{2 \sqrt{2}} \times \\ &\quad \frac{-3 \ln(4)}{2 \sqrt{2}} \frac{\chi_4 \chi_3}{\sqrt{\chi_2}} \exp \left(\frac{-3}{2} \right) - 4 \chi_4^2 e^{-1} \\ &= 6 \chi_4^2 e^{-1} - 4 \chi_4^2 e^{-1} \\ &= 2 \chi_4^2 e^{-1} > 0. \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Como o valor de (B.21) é positivo, fica demonstrado que as coordenadas (δ_m^*, m_δ^*) , dadas respectivamente nas Equações (B.2) e (B.3), definem o ponto de máxima capacidade de transporte da rede secundária $\Upsilon_{m\delta}^*$.

■